

TUDÁSPRÓBA

Kötelező feladatok (Elérhető maximális pontszám: 25 pont)

Az alábbi feladatok közül mindegyiket meg kell oldanod! Válaszaidat indokold is meg!

- 1) Pilvax Károly kávésmester, a Pilvax kávéház tulajdonosa az alábbi céget tervezte. Hányféleképpen olvasható ki belőle a PILVAXKÁVÉ szó? (Az olvasás során csak jobbra és lefelé szabad haladni!) (3 pont)

P	I	L	V		
I	L	V	A		
L	V	A	X	K	Á
			K	Á	V
			Á	V	É

- 2) A márciusi ifjak közül hatan: Bulyovszky, Jókai, Pálffy, Petőfi, Vajda és Vasvári találkozót beszélnek meg 1848. március 15. reggelre a Pilvax Kávéházba. Hányféle sorrendben léphetnek be a kávéház ajtaján? (Egyszerre csak egy ember mehet be az ajtón!) (3 pont)

- 3) Amikor mindannyian megérkeztek, mindenki mindenkivel kezet fog. Hány kézfogás történik összesen? (4 pont)

- 4) A kávéházban egy kör alakú, úgynevezett „közvélemény asztalánál” ülnek le. Hányféleképpen ülhetnek le az asztal köré? (Két ülésrendet akkor tekintünk különbözőnek, ha valakinek megváltozik valamelyik oldali szomszédja.) (4 pont)

- 5) Mielőtt tanácskozásba kezdenének, mindenki rendel egy-egy italt. Itallap: fűszeres mokka, caffee corretto, krampampuli. Hányféleképpen rendelhettek italt az ifjak? (Két rendelést akkor tekintünk különbözőnek, ha valaki más italt rendelt.) (3 pont)

- 6) Az ifjak azért gyűltek össze, hogy megvitassák a bécsi forradalom hírét. Kiválasztanak maguk közül 3 embert, akik az egyik asztalra felállva tájékoztatják a fejleményekről az összegyűlteket. Hányféleképpen történhetett a kiválasztás, ha tudjuk, hogy Petőfit beválasztották? (3 pont)

- 7) A szavalások forradalmi hangulatában a pincér a megrendelt reggeliket, süteményeket és szódavizeket az asztal közepére teszi, az ifjak majd később osztóznak el rajta. Tudjuk, hogy legalább 4 reggelit, illetve kevesebb, mint 3 süteményt hozott ki a néhány szódavíz mellett, de összesen pontosan 12 dolgot. Továbbá egy ember valamiből legfeljebb egyet rendelt. Hányféleképpen alakulhatott a kihozott dolgok halmaza? (5 pont)

Választható feladatok (Elérhető maximális pontszám: 5 pont)

Az alábbi feladatok közül te választhatod ki, hogy melyiket szeretnéd megoldani. Ha többet is megoldasz, akkor karikázd be annak a betűjelét, amelynek beszámítását a dolgozat pontszámába kéred. (A többi szorgalmi feladat!) Válaszaidat indokold is meg!

- 8) Felmerül, hogy változtatni kellene a 12 pont sorrendjén, erről vitatkoznak a márciusi ifjak. Hányféleképpen alakulhat a végső sorrend, ha az „Unio.” biztosan a végére kerül, továbbá a „Nemzeti őrsereg.” és a „Közös teherviselés.” valamilyen sorrendben egymás után szerepel? (5 pont)
- 9) Az első pontról szavaznak: mindegyikük választ a sajtószabadságra, a felelős minisztériumra és az évenkénti országgyűlésre vonatkozó pontok közül egyet. Hányféleképpen alakulhatott hatuk szavazása, ha tudjuk: pontosan ketten szerették volna, hogy az évenkénti országgyűlés legyen az első pont? (5 pont)
- 10) Hárman a pesti joghallgatókhoz indulnak tanácskozásra. Hányféleképpen választhatják meg ezt a küldöttséget hatuk közül, ha stratégiai okokból Jókai és Petőfi egyszerre nem lehet tag? (5 pont)

Szorgalmi feladat: Találj ki egy újabb kombinatorika feladatot a hat márciusi ifjúval vagy a 12 ponttal kapcsolatban, majd oldd is meg!

Eredményes munkát kívánok!

TUDÁSPRÓBA – JAVÍTÓKULCS

Kötelező feladatok (Elérhető maximális pontszám: 25 pont)

Az alábbi feladatok közül mindegyiket meg kell oldanod! Válaszaidat indokold is meg!

- 1) Pilwax Károly kávésmester, a Pilvax kávéház tulajdonosa az alábbi cégért tervezette. Hányféleképpen olvasható ki belőle a PILVAXKÁVÉ szó? (Az olvasás során csak jobbra és lefelé szabad haladni!) (3 pont)

P	I	L	V		
I	L	V	A		
L	V	A	X	K	Á
			K	Á	V
			Á	V	É

Megoldás:

A P-ből az X-hez 10-féleképpen, **1 pont**

az X-ből az É-hez 6-féleképpen, **1 pont**

azaz P-ből az É-hez összesen $10 \cdot 6 = 60$ -féleképpen juthatunk el. **1 pont**

Megjegyzés: ha leszámolja a tanult módszerrel, az is teljes pontszámot ér.

- 2) A márciusi ifjak közül hatan: Bulyovszky, Jókai, Pálffy, Petőfi, Vajda és Vasvári találkozót beszélnek meg 1848. március 15. reggelre a Pilvax Kávéházba. Hányféle sorrendben léphetnek be a kávéház ajtaján? (Egyszerre csak egy ember mehet be az ajtón!) (3 pont)

Megoldás:

$6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6! = 720$ **2 pont**

hiszen az első megérkező 6-féle lehet, a második 5-féle, és így tovább, az utolsó 1-féle. **1 pont**

- 3) Amikor mindannyian megérkeztek, mindenki mindenkivel kezet fog. Hány kézfogás történik összesen? (4 pont)

Első megoldás:

Mindenki 5 másik emberrel fogott kezet, **1 pont**

ami $6 \cdot 5$ kézfogás lenne, **1 pont**

de ekkor minden kézfogást kétszer számolnánk, ezért osztunk 2-vel. **1 pont**

Tehát $\frac{6 \cdot 5}{2} = 15$. **1 pont**

Második megoldás:

Petőfi 5 emberrel fogott kezet. Ezeket a kézfogásokat újra nem számolva, Jókai 4 emberrel fogott kezet, Vasvári 3 emberrel, és így tovább. **2 pont**

Tehát összesen $5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 15$ kézfogás történt. **2 pont**

Megjegyzés: ha leszámolja a tanult módszerrel, az is teljes pontszámot ér.

- 4) A kávéházban egy kör alakú, úgynevezett „közvélemény asztalánál” ülnek le. Hányféleképpen ülhetnek le az asztal köré? (Két ülésrendet akkor tekintünk különbözőnek, ha valakinek megváltozik valamelyik oldali szomszédja.) (4 pont)

Első megoldás:

Mivel a forgatással egymásba vihető eseteket nem különböztetjük meg, így elég megszámlálni, hogy miután Petőfi helyet foglalt, **1 pont**

a többiek a maradék 5 helyre hányféleképpen ülhetnek le. **1 pont**

Ez pedig $5! = 120$. **2 pont**

Második megoldás:

6!-féleképpen ülhetnének le őket, ha a forgatással egymásba vihető eseteket megkülönböztetnénk. **1 pont**

Mivel egy sorrend 5 elforgatottja ugyanazt a leülést eredményezi (és különböző sorrendek elfo1 pont ai is különbözőek), így minden sorrendet pontosan 6-szor számoltunk. **1 pont**

Tehát a végeredmény $\frac{6!}{6} = 120$. **1 pont**

- 5) Mielőtt tanácskozásba kezdenének, mindenki rendel egy-egy italt. Itallap: fűszeres mokka, caffee corretto, krampampuli. Hányféleképpen rendelhettek italt az ifjak? (Két rendelést akkor tekintünk különbözőnek, ha valaki más italt rendelt.) (3 pont)

Megoldás:

$3^6 = 729$, **2 pont**

hiszen mind a hatan háromféle italból választhatnak. **1 pont**

- 6) Az ifjak azért gyűltek össze, hogy megvitassák a bécsi forradalom hírét. Kiválasztanak maguk közül 3 embert, akik az egyik asztalra felállva tájékoztatják a fejleményekről az összegyűlteket. Hányféleképpen történhetett a kiválasztás, ha tudjuk, hogy Petőfit beválasztották? (3 pont)

Megoldás:

A maradék 5 ember közül először 5-féleképpen kijelöljük, hogy ki másszon fel Petőfi után az asztalra, majd 4-féleképpen a harmadik embert, **1 pont**

viszont ekkor minden esetet kétszer számoltunk, ugyanis nem számít a második és harmadik ember sorrendje. **1 pont**

Tehát $\frac{5 \cdot 4}{2} = 10$ a végeredmény. **1 pont**

Megjegyzés: ha leszámolja a tanult módszerrel, az is teljes pontszámot ér.

- 7) A szavalások forradalmi hangulatában a pincér a megrendelt reggeliket, süteményeket és szódavizeket az asztal közepére teszi, az ifjak majd később osztóznak el rajta. Tudjuk, hogy legalább 4 reggelit, illetve kevesebb, mint 3 süteményt hozott ki a néhány szódavíz mellett, de összesen pontosan 12 dolgot. Továbbá egy ember valamiből legfeljebb egyet rendelt. Hányféleképpen alakulhatott a kihozott dolgok halmaza? (5 pont)

Megoldás:

Esetszévválasztással rendszerezzük a lehetséges rendeléseket: **1 pont**

Reggeli	Sütemény	Szódavíz
4	2	6
5	1	6
5	2	5
6	0	6
6	1	5
6	2	4

3 pont

Tehát 6-féleképpen. **1 pont**

- 8) Felmerül, hogy változtatni kellene a 12 pont sorrendjén, erről vitatkoznak a márciusi ifjak. Hányféleképpen alakulhat a végső sorrend, ha az „Unio.” biztosan a végére kerül, továbbá a „Nemzeti őrsereg.” és a „Közös teherviselés.” valamilyen sorrendben egymás után szerepel? (5 pont)

Megoldás:

A maradék 11 pont közül a „Nemzeti őrsereg.” és a „Közös teherviselés.” pontoknak egymás mellett kell lenniük, így azokat „összekötve”, egy (dupla)pontként kezeljük. **2 pont**

A 10 pontot 10!-féleképpen rendezzük sorba, majd 2-féleképpen eldöntjük, hogy a „Nemzeti őrsereg.” és a „Közös teherviselés.” pontok milyen sorrendben legyenek. **2 pont**

Azaz a végeredmény $10! \cdot 2 = 7257600$. **1 pont**

- 9) Az első pontról szavaznak: mindegyikük választ a sajtószabadságra, a felelős minisztériumra és az évenkénti országgyűlésre vonatkozó pontok közül egyet. Hányféleképpen alakulhatott hatuk szavazása, ha tudjuk: pontosan ketten szerették volna, hogy az évenkénti országgyűlés legyen az első pont? (5 pont)

Megoldás:

$\frac{6 \cdot 5}{2}$ -féleképpen kiválasztjuk, hogy kik szavaznak az évenkénti országgyűlésre. **2 pont**

A maradék 4 ember mindegyike 2-féleképpen választhat.

2 pont

Azaz a végeredmény: $\frac{6 \cdot 5}{2} \cdot 2^4 = 240$.

1 pont

- 10) Hárman a pesti joghallgatókhoz indulnak tanácskozásra. Hányféleképpen választhatják meg ezt a küldöttséget hatuk közül, ha stratégiai okokból Jókai és Petőfi egyszerre nem lehet tag? (5 pont)

Első megoldás:

Két esetet különböztetünk meg: egyikük sem tag, valamelyikük tag. **1 pont**

Ha egyikük sem tag, akkor 4-féleképpen kiválasztjuk azt az embert a maradék 4 közül, aki nem kerül be a küldöttségbe. Tehát ekkor 4 eset lehetséges. **1 pont**

Ha valamelyikük tag, akkor 2-féleképpen eldöntjük, hogy melyikük kerül be a küldöttségbe. Majd a maradék 4 ember közül $\frac{4 \cdot 3}{2}$ -féleképpen választunk mellé még két tagot. Tehát ekkor 12 eset lehetséges.

Ez összesen 16 lehetőség.

1 pont

2 pont

Második megoldás:

A komplementer módszerrel oldjuk meg a feladatot. **1 pont**

Az összes eset: bármelyik ember mellé $\frac{5 \cdot 4}{2} = 10$ -féleképpen választhatunk még két tagot. Az így kapott $6 \cdot 10 = 60$ esetben viszont vannak ismétlődések. Ha például Petőfi mellé Jókait és Vasvárit választjuk ki, akkor ugyanazt a hármast kapjuk, mintha Jókai mellé választjuk Petőfit és Vasvárit, illetve Vasvári mellé Petőfit és Jókait. Tehát minden hármast pontosan háromszor számoltunk, így az összes eset $\frac{60}{3} = 20$.

2 pont

A „rossz” esetek: amikor Jókai és Petőfi is a küldöttség tagja, akkor a maradék 4 ember közül kell egyet választani. Ezt 4-féleképpen tehetjük meg.

1 pont

A végeredmény tehát: $20 - 4 = 16$.

1 pont