

Kombinatorika – Bevezetés

Az alábbiakban szeretnénk összefoglalni, hogy a **Kombinatorika** tananyag milyen fő elvek és szempontok szerint készült.

A tananyag megalkotásának alapelvei

A legfontosabb talán azt kiemelni, hogy a **kombinatorika tanítása során kiemelt szerepet kap a gondolkodás fejlesztése**. Éppen emiatt nem képleteket, idegen nyelvű elnevezéseket szeretnénk tanítani, hanem gondolkodási módszereket, gyakran hasznos eljárásokat (pl. leszámlálás logikus rendben, döntési fa készítése, szorzás, analógiák keresése) szeretnénk megismertetni a diákokkal.

Fontos alapelvünk volt, hogy **nem sietünk az anyaggal**, inkább szánunk időt az egyes módszerek, ötletek mélyebb megértésére, alaposabb elsajátítására. Azt szeretnénk, ha az anyagrész során minden tanulónak lenne lehetősége megélni, hogy jó gondolatai vannak, meg tud oldani feladatokat. A gyorsabban haladóknak szorgalmi feladatokat ajánlunk, ezeket csillaggal (*) jelöltük.

A kombinatorika jellegénél fogva leginkább feladatmegoldásból áll, ezért a legtöbb órán van olyan rész, amikor a diákok feladatlapon dolgoznak. **A feladatmegoldást a diákok végezhetik egyénileg vagy párban.** A választást rájuk bízuk, hiszen van, aki egyedül szeret gondolkodni, de vannak olyanok is, aki szívesen ötletelnek közösen. Igyekeztünk a feladatmegoldás részeknél a tanárt azzal támogatni, hogy segítő kérdéseket készítettünk a diákok számára a feladatokhoz, amelyek segítik őket, ha elakadnak. (Emellett készítettünk részletes magyarázatokat tartalmazó megoldókulcsot is a tanárok számára.) A feladatlapokat úgy dolgoztuk ki, hogy bizonyos korán előkerülő feladatokra a későbbiekben épülnek újabb feladatok („feladatsorozatok”), így bizonyos ötletek vagy eljárások csak a későbbi órákon kerülnek kimondva elő. (Például azon az órán, ahol leszámlálással oldunk meg feladatokat, még nem várjuk el a szorzással való feladatmegoldást, de később előkerülhet, hogy egy leszámlálással megoldott feladatot szorzással is meg tudtunk volna oldani.) A feladatlapok általában több feladatot tartalmaznak, mint amennyi a megadott időkeretben feldolgozható. A tanár a csoport érdeklődése és szintje szerint válogathat közülük (persze figyelembe véve, hogy a következő órákon mely feladatokat fogják megbeszélni), házi feladatnak vagy szorgalmi feladatnak adhatja a fennmaradó feladatokat.

A feladatlapok feldolgozását kiegészítettük további olyan tevékenységekkel, amelyek támogatják a diákok **aktív, résztvevő tanulását**. Az ehhez használt eszközök (pl. párosítandó kártyák) előkészítése (kivágás, laminálás) időigényes, de tapasztalatunk szerint megéri a fáradságot. Ha kellően tartósra készítjük el ezeket, sok évig újrahasználhatók.

Fontos számunkra, hogy a matematikát **felfedeztető szellemben** tanítsuk. A feladatmegoldást, a diákok tevékenységeit frontális egyeztetések követik, amelyek célja a felfedezett összefüggések tisztázása, pontosítása, az eljárások megbeszélése. A felfedeztető feladatsorozatok terén sok inspirációt gyűjthettünk az évek során, amelyek természetesen hatottak a munkánkra, közülük kiemelnénk az MTA-ELTE Korszerű Komplex

Matematikaoktatás Kutatócsoport munkájának keretében, Deák Anna által készített feladatsorokat.

Az elkészült anyagban nagy hangsúlyt kap annak megmutatása, hogy a problémamegoldást gyakran segíti, ha analóg problémákon gondolkodunk. Kiemelt cél tehát az **analógiás gondolkodás fejlesztése** is.

Mivel a gondolkodásfejlesztés a fő cél, ezért **fontosnak tartjuk azt is, hogy egy-egy feladat esetén több megoldási utat is megbeszéljünk**. Buzdítjuk a kollégákat, hogy ne sajnálják erre az időt – inkább kevesebb feladat alaposabb megbeszélésére kerüljön sor, mint több feladat mélyebb megértést nélkülöző „darálására”.

A kombinatorika egyik legnehezebb része, hogy könnyű „szép hibát” elkövetni. Fontosnak tartjuk, hogy szánjunk időt egy-egy hiba mögötti hibás (de gyakran jó elemeket tartalmazó) gondolat megértésére. Örüljünk a szép hibáknak és annak, hogy közösen tanulhatunk belőlük. Erősítsük meg a jó gondolatokat, bátorítsuk a gyerekeket a további gondolkodásra, hibáik kijavítására. **A gondolkodás folyamatán legyen a hangsúly, ne csak a helyes végeredményen!**

A tananyag felépítése

A részletesen megtervezett órák listáját az alábbiakban közöljük. Természetesen a csoporttól függően **szükség lehet lassabb haladásra, gyakorlóórák beiktatására**.

	<i>Óra címe</i>	<i>Fő célok</i>	<i>Eszközök</i>
I.	Bevezetés	Kombinatorikai problémák megismerése, bevezető feladatok megoldása elsősorban leszámlálással.	online/nyomtatott totó, feladatlap
II.	Leszámlálás	Lehetőségek felsorolása logikus sorrendben.	feladatlap, kocka szemléltetése (pl. Polydron)
III.	Utak leszámlálása	Utak leszámlálása (Hány út vezet oda?).	stratégias játék (tábla és korong/pénzérme), feladatlap
IV.	Analógiák	Kombinatorika feladatok megoldása szorzással, analógiák felismerésével.	feladatlap, párosítás feladat
V.	Döntési fa	Döntési fa készítése, kapcsolata a szorzással.	szakértői mozaik feladatok, faktoriális gyakorló feladatlap
VI.	Módosítsunk!	Egy-egy művelet sor (szorzat) megfelelő módosításával feladatok megoldása.	módosító feladatlap, gyakorló feladatlap
VII.	Szövegeljünk	Művelet sorhoz szöveges kombinatorika feladat készítése.	feladatlap, feladatkártyák
VIII.	Szép hibák	Hibás gondolatmenetekben a hiba megtalálása, a tanult módszerek, eljárások áttekintése.	feladatlap
	Tudáspróba		

Hogyan tovább?

Látható, hogy ezzel az anyaggal nem fedtük le a teljes kombinatorika anyagot. Kimaradt például a kiválasztások részletes tárgyalása, a binomiális együtthatók fogalma. Elképzelésünk szerint legalább még egyszer, 11. vagy 12. évfolyamon előkerül a kombinatorika témája, amikor sor kerül a tananyag kiegészítésére. A fentiekben bemutatott alapelvek követését itt is fontosnak tartjuk, de itt már jobban látjuk annak létjogosultságát, hogy bizonyos típusfeladatoknak nevet adjunk, képleteket írjunk fel.

A közzétett anyagok formai felépítése

Minden óravázlathoz tartozik egy **Alap dokumentum** elnevezésű fájl, amelyben a módszertani megfontolásokat is kibontva bemutatjuk, hogyan képzeltük el az adott foglalkozást. Az anyagok megismerése során ezzel érdemes kezdeni az olvasást, mivel minden további dokumentum ezzel együtt nyer igazán értelmet.

Az **Alap dokumentum** végén mindig bemutatjuk, milyen **Mellékletek** tartoznak az adott órához, röviden kifejtve, hogy mire számíthatunk a dokumentumra mutató link megnyitása után. Az egyes mellékletek elején egy tanároknak szóló **instrukciókat tartalmazó leírás** található, melyet általában a **kinyomtatásra szánt oldalak** követnek. Ahol a melléklet jellege ezt megköveteli, ott a dokumentum végén a **megoldókulcsot** is közzétettük.

Minden órának kötelező melléklete a **Táblázatos óravázlat**, amelyben megtalálható minden olyan információ, amire hasznos lehet az óra tartása közben rátekinteni. Nincsenek benne hosszú szöveges részek és módszertani megjegyzések, de jól követhető az óra felépítése, így ez a dokumentum órátartás közben is gyors áttekintést nyújthat (nyomtatott formában, vagy például egy tableten megnyitva).