

IV. óra: Analógiák

Az óra célja: Egyszerű kombinatorika feladatok megoldása szorzással, analógiák felismerése.

Előzetes tudás: szövegértés, rendszerezés, alapműveletek, hatványozás

Központi fogalmak: kombinatorika

Az óra felépítése

	Rövid leírás	Módszer	Segédeszköz	Várható időtartam
1.	Két feladat összehasonlítása	frontális megbeszélés		8 perc
2.	Negyedik feladatsor Utak leszámlálásával és analógiák felismerésével megoldható feladatok	egyéni vagy pármunka	4. feladatsor, lapok a segítő kérdésekkel	15 perc
3.	Analógiák Két különböző szövegezésű, de matematikai tartalmában megegyező feladat összehasonlítása.	frontális megbeszélés		10 perc
4.	Párosítós feladat Analóg problémák felismerése szöveges feladatok és megrajzolt útvonalak párosításával.	pármunka	Párosító kártyák	10 perc
5.	Az óra lezárása	tanári közlés		2 perc

Az óra előkészítése

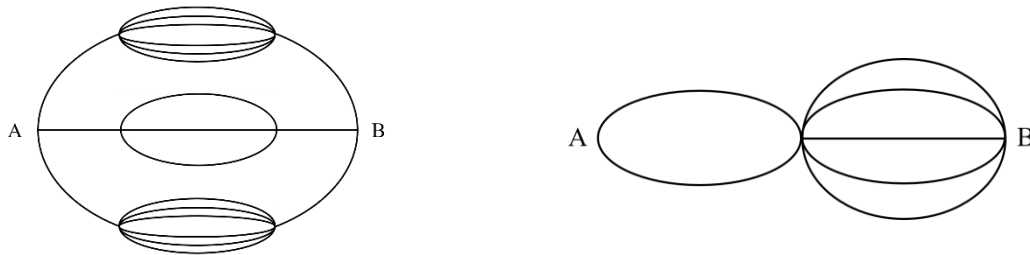
- Negyedik feladatsor nyomtatása** (fejenként egy példány).
Segítő kérdések nyomtatása és kivágása a feladatsorhoz (egy példány).
Óra előtt a kivágott segítő kérdések **kiragasztása a terem különböző pontjaira**.
Igény esetén **megoldásokkal ellátott feladatsor nyomtatása**, ez a tanári asztalon elhelyezhető, és a diákok elolvashatják, amikor szükségük van rá.
Fájlnév: [kombinatorika9_04_melléklet_feladatsor_27-34](#)
- Kártyák nyomtatása és kivágása** a párosítós feladathoz, lehetőleg keményebb papírra (párunként egy kártyakészlet).
Fájlnév: [kombinatorika9_04_melléklet_párosítós_kártyák](#)

Az óra tartalma

1. Két feladat összehasonlítása (8 perc)

Köszöntés, órakezdés...

Tanár: A mai órán több olyan feladatot is meg fogunk oldani, amikor az a kérdés, hogy hány útvonal vezet A-ból B-be. Ilyenből már megoldottatok néhányat az elmúlt órákon, vizsgáljuk meg ezeket a feladatokat!



Miben hasonlítottak a feladatok?

Diák: Mindkét feladatnál azt kellett megállapítani, hogy hány út vezet A-ból, B-be.

Tanár: És még?

Diák: Mindkettőt meg lehetett oldani leszámlálással.

Tanár: Valóban. És miben különböztek?

Diák: A másodikat gyorsabban is meg lehetett oldani.

Tanár: Hogyan?

Diák: Ha a köztes pontba a felső útvonalon megyünk, akkor aztán 5-féle út közül választhatunk. Ugyanez igaz, ha az alsó úton megyünk, azaz $(5 + 5) \cdot 2 = 10$ út vezet A-ból B-be, ezt a feladatot meg lehet oldani egyetlen szorzással.

Tanár: És ez nem igaz az első feladatnál?

Diák: Nem. Ha a felső úton megyünk, akkor 6, ha a középsőn, akkor 3, ha az alsón, akkor szintén 6 útvonal lehet $(6 + 3 + 6)$, tehát attól függően, hogy melyik utat választjuk, nem ugyanannyiféle útvonalon folytathatjuk az utunk – ezt nem tudjuk szorzással kiszámítani.

Módszertani megjegyzés

Érdekes az ábrák alá írni a műveleteket, amivel számolni tudunk.

2. Utak leszámlálásával és analóg problémák keresésével megoldható feladatok (15 perc)

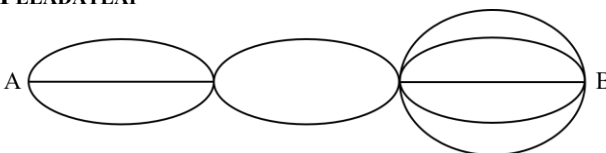
Tanár: Ma ismét kaptok egy feladatlapot. Keressetek szép megoldásokat a feladatokra! Dolgozhattok egyedül vagy párban! A feladatok megoldásához kivettem a teremben segítő kérdéseket. Mindegyik feladathoz külön lap tartozik, rá van írva a feladat sorszáma és a feladat. Ha elakadtok a feladattal, keressétek meg a lapot, olvassátok el a segítő kérdéseket, próbáljátok meg rájuk sorban válaszolni. Ha továbbra sem boldogultok, kérjeteek segítséget tőlem. Jó munkát!

Módszertani megjegyzések

Sétáljunk körbe, nézzük, hogyan haladnak a diákok. Ellenőrizzük az eredményeiket, jelezzük vissza. Hallgassuk meg a megoldási ötleteiket. Igény szerint nyomtassunk megoldásokkal ellátott példányt, amit a diákok használhatnak önállóan a tanári asztalról elvéve, vagy odaadhatjuk nekik szükség esetén mi magunk.

4. FELADATLAP

27. Hányféle útvonalon juthatunk el A-ból B-be, ha csak balról jobbra léphetünk?



28. Hányféle útvonalon juthatunk el A-ból B-be, ha csak balról jobbra léphetünk?



29. Pisti kék színűre festi sárga dobókockájának néhány oldalát: akár az összeset, akár az egyiket sem. Ezt hányféleképpen teheti meg?

30. Az alábbi pontok városokat jelölnek. Rajzoljunk úgy utakat köztük, hogy minden városban legyen útelágazás, és A-ból B-be összesen 210 út vezessen!



31. A menzán egy menü levesből, főételből és desszertből áll. A választék:

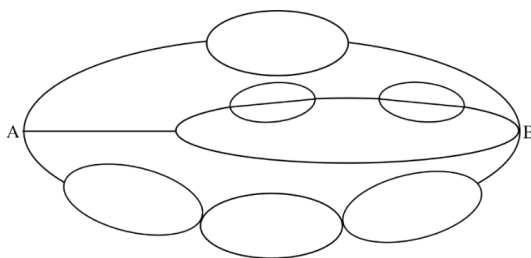
Levesek: gyümölcsleves, fokhagymakrémleves

Főételek: rakott krumpli, pörkölt nokedlivel, bolognai spagetti, cézársaláta

Desszertek: zserbó, dobostorta, krémes

Hányféle összeállításból választhatunk?

32. Hányféle útvonalon juthatunk el A-ból B-be, ha csak balról jobbra léphetünk?



33. Hányféle négyjegyű szám rakható ki az 1, 2, 3, 4 számokból (ha tehát egy számot többször is használhatunk)?

34*. Hányféleképpen olvasható ki a „LOVÁSZ LÁSZLÓ” kifejezés a táblázatból?

L	O	V	Á	S					
O	V	Á	S	Z					
V	Á	S	Z						
Á	S	Z			L	Á	S	Z	
					Á	S	Z	L	
					S	Z	L	Ó	

3. Két analóg feladat összehasonlítása (10 perc)

Tanár: Szeretném megbeszélni a feladatlap 28-as és 29-es feladatát. Mit vettetek észre?

28. Hányféle útvonalon juthatunk el A-ból B-be, ha csak balról jobbra léphetünk?



29. Pisti kék színűre festi sárga dobókockájának néhány oldalát: akár az összeset, akár az egyiket sem. Ezt hányféleképpen teheti meg?

Diák: Ugyanannyi a két feladat végeredménye: 64.

Tanár: Ez véletlen?

Diák: Nem, mindkét feladatban ugyanúgy kellett számolni, ugyanazt a műveletsort kell végrehajtani: $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^6 = 64$

Tanár: Az azonos műveletsorok mögött hasonló gondolatok is húzódtak meg?

Diák: Igen, hasonlóan kellett gondolkodni: a 28-as feladatban minden csomópontban el kellett dönteni, hogy a felső vagy az alsó úton megyünk és összesen 6-szor döntöttünk, a 29-es feladatban pedig minden lapról el kellett dönteni, hogy sárga marad vagy kékre festjük, ez is 6 döntés.

Tanár: Ez azt jelenti, hogy a két feladat megfeleltethető egymásnak, analóg:



Minden útvonalnak megfelel egy kockaszínezés és minden színezésnek megfelel egy útvonal.

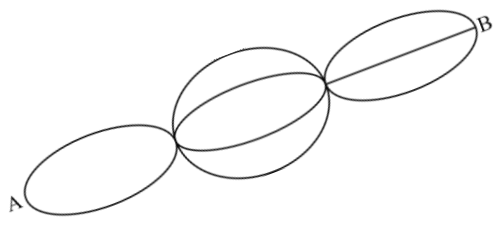
4. Párosítás feladat: analóg problémák keresése (10 perc)

Tanár: A kombinatorika feladatok megoldása során gyakran az a kulcs, hogy találjunk egy analóg problémát, amit már meg tudunk oldani. Az eddig megoldott feladatok között sok olyan van, ami megfeleltethető egy útvonalas feladatnak. Ezek közül felírtam néhányat egy-egy kártyára. A hozzájuk tartozó útvonalas ábrák is kártyákra kerültek. Párosítani kell a feladatokat az ábrákkal, de vigyázat: egy kártya kimaradt, így az egyik kártyának nincs párja. Párban dolgozzatok!

Módszertani megjegyzések

Ha egy-egy páros elkészült, ellenőrizzük a megoldásukat. Ha marad idő, akkor kérjük meg őket, hogy készítsék el a hiányzó kártyát, azaz azt a szöveget, amelyik a pár nélküli kártyához illik.

A feladat megoldása során a diákoknak ehhez hasonló párokat kell megtalálniuk:

A menzán egy menü levesből, főételből és desszertből áll. A választék: Levesek: gyümölcsleves, fokhagymakrémleves Főételek: rakottkrumpli, pörkölt nokedlivel, bolognai spagetti, cézársaláta Desszertek: zserbó, dobostorta, krémes Hányféle összeállításból választhatunk? (4. feladatsor, 31. feladat)	
--	--

5. Az óra lezárása (2 perc)

Tanár: A mai órán megtapasztalhattuk, hogy a szorzás gyakran hasznos művelet kombinatorika feladatok megoldásakor. Emellett analógiát, hasonlóságot fedeztünk fel feladatok között. Ha maradt feladat a feladatlapon, akkor azt gyakorlásképpen megoldhatjátok.

Mellékletek

Negyedik feladatsor

Utak leszámlálásával és analógiák felismerésével megoldható feladatok.

Fájlnév: [kombinatorika9_04_melléklet_feladatsor_27-34](#)

Párosítós feladathoz kártyakészlet

Szöveges és ábrákkal megadott analóg problémák, párosítós feladathoz.

Fájlnév: [kombinatorika9_04_melléklet_párosítós_kártyák](#)

Nyomtatható táblázatos óravázlat

Ebben a dokumentumban táblázatos formátumban található meg minden olyan információ, amire hasznos lehet az óra tartása közben rátekinteni. Nincsenek benne hosszú szöveges részek és módszertani megjegyzések, de részletesen követhető az óra felépítése.

Fájlnév: [kombinatorika9_04_táblázatos_óravázlat](#)