

II. óra: A függvény fogalma

Előzetes tudás: Hozzárendelés, egyértelmű hozzárendelés, alaphalmaz, képhalmaz.

Központi fogalmak: Függvényfogalom.

Az óra legfontosabb elemei

1. Az óra első felében más tantárgyakból ismert fogalmak között kell a diákoknak kapcsolatot teremteni csoportmunkában.
2. Az óra második felében egy interaktív felület, a *Desmos* segítségével pármunkában kell szabályokat, azaz hozzárendeléseket felismerniük.

Miért így tanítanánk mi?

A második órán alakítjuk ki a függvényfogalmat: látni fogjuk, hogy a legtöbb hozzárendelés, amit használunk, vagy használni szeretnénk, egyértelmű hozzárendelés lesz.

A fogalom kialakításakor erősen támaszkodunk az azt megelőző két feladat tapasztalataira: az első feladatban lehetőleg az osztályhoz (illetve tanulmányaikhoz) kapcsolódó hozzárendeléseket vizsgálunk a diákok, a második feladatban pedig egy rendkívül hasznos, de Magyarországon kevésbé elterjedt felületen, a *Desmos-on* (*Amplify Classroomon*) gyakorolhatják a szabály (azaz hozzárendelés) kitalálását. Ez utóbbi feladattal fel is idézzük az általános iskolában a függvényfogalomhoz gyakran használt gép-képet.

Az óra előkészítése

Szükséges:

1. **Halmazpáros feladatlap nyomtatása** (minden négyfős csoportnak 1 példány)

Fájlnév: # *f2_melléklet_halmazpáros_feladatlap*

2. **Desmos használatának előkészítése.** Minden párnak szüksége lesz egy internet-hozzáféréssel rendelkező okoseszköze, és lehetőség szerint szükségünk lesz vetítőre/okostáblára is. Amennyiben nem elérhető a diákoknak okoseszköz, úgy kivetítő segítségével közös, frontális munka keretében is meg lehet valósítani az órarészletet. A technikai tudnivalókkal kapcsolatban bővebben lást a *Desmos-kisokost*.

Tanári link a Desmos/Amplify-feladatlaphoz:

<https://classroom.amplify.com/activity/6645d479106167c9b46d6ae1>

Útmutató: # *fv1_00-Desmos-kisokos.pdf*

- 3. A négyfős csoportok beosztásának / a csoportalakítás módjának** megtervezése. Ha az előző órai beosztás jól működött, akár az egész témakör során is maradhatnak együtt a csoportok.

Opcionális:

- 4.** Halmazos ábrák előrajzolása a táblán – a csoportmunka alatt is elkészíthető.

Az óra felépítése

1. Hozzárendelések vizsgálata, csoportmunka (12 perc)

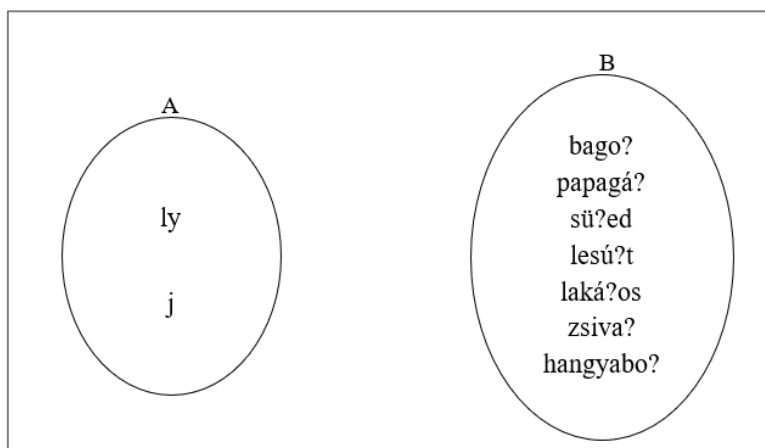
Tanári közlés: „A mai órán folytatjuk a hozzárendelések vizsgálatát. Alakítsatok csoportokat a megadott módon/módszerrel!

Ha ez megvan, nézzétek meg a megadott halmazpárokat! Létesítsetek hozzárendelést a két halmaz között, fogalmazzátok is meg kitalált szabályt! Végül vizsgáljátok meg, hogy a kapott hozzárendelés egyértelmű hozzárendelés lett-e.”

Módszertani megjegyzés

Ha korábban jól működtek a csoportok, nyugodtan folytathatják a közös munkát az előző órainak megfelelően.

A diákok négy, az alábbihoz hasonló halmazpárral fognak dolgozni:



Módszertani megjegyzés

A feladatlapon szereplő 4 halmazpárból dolgozhatnak akár kevesebbel is, a megmaradó feladatok otthoni gyakorlásra is feladhatók.

Míg a diákcsoportok dolgoznak, járjunk körbe, tegyünk föl segítő kérdéseket, ha elakadnának. Figyeljünk arra, hogy mindenki dolgozzon.

2. Hozzárendelések megbeszélése (4 perc)

Nézzük végig röviden, milyen hozzárendeléseket találtak a csoportok az egyes halmazpárokhöz!

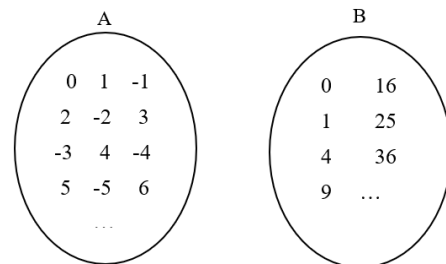
Példa a lezajló beszélgetésre:

Tanár: Beszéljük meg, hogy milyen hozzárendelést találtatok ki a második halmazpárhoz, például $A \rightarrow B$ hozzárendeléshez.

Diák: Minden egész számhoz rendeljük hozzá a négyzetét!

Tanár: Mi a hozzárendelés alaphalmaza és képhalmaza?

Diák: Az alaphalmaza az A halmaz (az egész számok halmaza) és a képhalmaza a B halmaz (a négyzetszámok halmaza).



Tanár: Egyértelmű hozzárendelést kaptunk-e?

Diák: Igen, minden (egész) számnak egy négyzete van.

Tanár: Most nézzük meg a $B \rightarrow A$ hozzárendelést!

Diák: Minden négyzetszámhoz rendeljük hozzá azt az egész számot, aminek a négyzete.

Tanár: Mi ennek a hozzárendelésnek az alaphalmaza és képhalmaza?

Diák: Az alaphalmaza a B halmaz (a négyzetszámok halmaza) és a képhalmaza az A (az egész számok halmaza) halmaz.

Tanár: Egyértelmű hozzárendelés lett?

Diák: Nem, két olyan szám is létezik, aminek négyzeteként megkaphatjuk a négyzetszámot.

Tanár: Van-e másik $B \rightarrow A$ hozzárendelése valakinek?

Diák: Minden négyzetszámhoz rendeljük hozzá a négyzetgyökét. Ez viszont már egyértelmű hozzárendelés, így definiáltuk a négyzetgyököt.

...

3. Szabálykitalálós játék a Desmos/Amplify-on, pármunka (20 perc)

Tanár: Mostantól párosával fogtok dolgozni. A feladathoz szükségetek lesz tabletre/laptopra, most vegyétek elő, indítsátok el ezeket.

Tudnivalók a Desmos/Amplify használatához

A Desmos használatához részletes leírás a [#fo_Desmos-kisokos.pdf](#) fájlban található. A leírás elsőre ijesztő hosszúságúnak tűnhet, de a felület nagyon felhasználóbarát, érdemes egyszer rászánni egy kis időt a kiismerésére, hiszen ha egyszer megértettük, utána már mindig ugyanazt a mechanizmust követhetjük, amikor Desmos-szal dolgoztatjuk diákjainkat az óránkon.

A Desmos/Amplify-feladatlap közzététele

Míg a diákcsoportok előkészülnek az eszközeikkel, indítsuk el a feladatlapot, és vetítsük ki a csatlakozási kódot, esetleg osszuk is meg a linket digitális formában a csoporttal, hogy könnyebben lépjenek be.

A feladatlap tanári linkje:

<https://classroom.amplify.com/activity/6645d479106167c9b46d6ae1>

Tanár: Indítsátok el a megadott linket, a student.amplify.com/join oldalon lépjete be a kivetített kóddal! A legelső, *Continue without signing in* opcióval tudtok bejelentkezés nélkül belépni. Úgy válasszatok magatoknak nevet, hogy felismerhetőek legyetek!

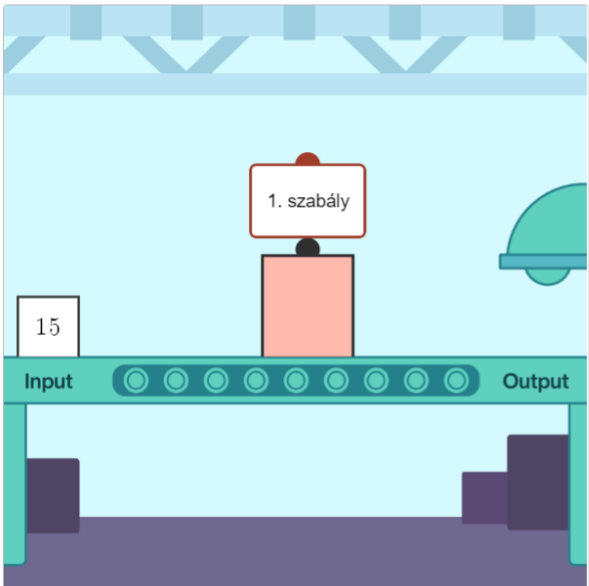
...

Tanár: Mindenkinek sikerült belépni? Kell még várni valakire?

...

A *Szabálykitalálás játék* során ehhez hasonló feladatokkal találkozhatnak majd a diákok:

Bemelegítés: első szabály



Ez a gép egy titkos szabályt használ arra, hogy egy általunk megadott számot (bemenet/input) átalakítson valamilyen kimeneti értékké (output).

Az itt látható gépnek csak egész számokat adhatunk meg bemeneti értéként.

Kattints a *Próbáld ki!* gombra, hogy megnézd a gépet működés közben!

bemenet	kimenet
15	?

Próbáld ki!

Módszertani megjegyzés

Miközben a diákok dolgoznak, járjunk körbe, segítsünk, ha elakadnának. Az egyes lapoknál a *Teacher Moves* fül alatt sok hasznos tippet találhatunk arról, hogyan tudunk kérdéseinkkel segíteni az adott feladatrésznél.

Figyelhetjük az egyes párok előrehaladását is. Érdemes időnként megállítani a munkát, és átbeszélni a feladatokra adott válaszokat. A feladatleírásban ehhez is sok praktikus ötlettel olvashatunk.

...

Tanár: Most egy kicsit megállítom a közös munkát, beszéljük meg közösen a ... kérdésre a választ!

...

4. Megbeszélés, összegzés, függvény definíciója (8 perc)

Tanári kérdések lehetnek:

Szedjük össze azokat a kulcsfogalmakat, amelyekkel az előző órákon és a feladatlapban ismerkedtünk! Segítene ebben valaki?

Mi különbözteti meg a függvényeket a hozzárendelésektől?

Mondjatok példát függvényre, egyet a desmos-os feladatlapból, egyet pedig az előző óra példái közül!

Mitől lesznek ezek függvények?

Tudtok olyan hozzárendelésekre is példát mondani, amelyek nem függvények?

Tanári összefoglalás:

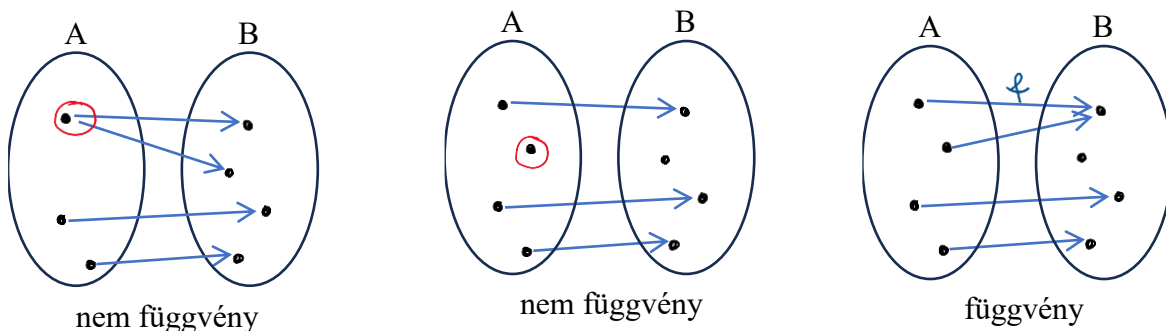
A függvényfogalomra azért lehet szükség, mert a matematikában és a hétköznapi életben is az egyértelmű hozzárendelésekkel szoktunk leginkább dolgozni. Érdemes emiatt még pontosabban megfogalmazni, mit is nevezünk függvénynek!

Ha adottak az A és B nemüres halmazok, akkor azt a hozzárendelést, amely az A halmaz minden eleméhez egyértelműen hozzárendeli a B halmaz egy-egy elemét *függvénynek* nevezzük.

Módszertani megjegyzés

Rajzoljuk fel a táblára az alábbi magyarázó ábrát!

Érdemes lehet a halmazokat már előre, például a csoportmunka alatt felrajzolni, és most csak a nyílakkal kiegészíteni.



Ha f függvény az A alaphalmaz a eleméhez a B képhalmaz b elemét rendeli, akkor ezt mondhatjuk úgy is, hogy a függvény a -ban b -t vesz föl. Ezt így szoktuk jelölni: $f(a) = b$.

Tanár: Például ha f -fel jelöljük azt a függvényt, amikor minden egész számhoz hozzárendeljük a négyzetét, akkor adjuk meg $f(4)$ -et!

Diák: $f(4) = 16$.

Tanár: Adjuk meg olyan x -et, melyre $f(x) = 9$!

Diák: $x = 3$ vagy $x = -3$ is jó lehet.

5. Az óra lezárása (1 perc)

Tanár: A mai órán egy fontos fogalommal ismerkedtünk meg, az egyértelmű hozzárendeléseket függvényeknek nevezzük majd innentől.

Lehetséges házi feladat: a halmazpáros feladatlap megmaradt feladatai.

Mellékletek

Feladatlap halmazpárokkal

Négy halmazpárt tartalmazó feladatlap, ahol hozzárendeléseket kell létrehozni mind a két irányban.

Fájlnév: # *fv1_o2_melléklet_halmazpáros_feladatlap*

Szabálykitalálós játék – Desmos-feladatsor

Online elérhető interaktív feladatsor szabályok, azaz hozzárendelések kitalálásához kapcsolódóan.

Link: <https://teacher.desmos.com/activitybuilder/custom/6645d479106167c9b46d6ae1>

Desmos-kisokos

Használati útmutató tanároknak a Desmos felületéhez.

Fájlnév: # *fv1_oo_Desmos-kisokos.pdf*

Részletes nyomtatható óravázlat

Ebben a dokumentumban táblázatos formátumban található meg minden olyan információ, amire hasznos lehet az óra tartása közben rátekinteni. Nincsenek benne hosszú szöveges részek és módszertani megjegyzések, de részletesen követhető az óra felépítése.

Fájlnév: # *fv1_o2_táblázatos_óravázlat_részletes*

Egyoldalas nyomtatható óravázlat

Táblázatos formátumú óravázlat, ahol a leglényegesebb információk egy A4-es oldalnyi terjedelemben összefoglalva szerepelnek.

Fájlnév: # *fv1_o2_táblázatos_óravázlat_A4*