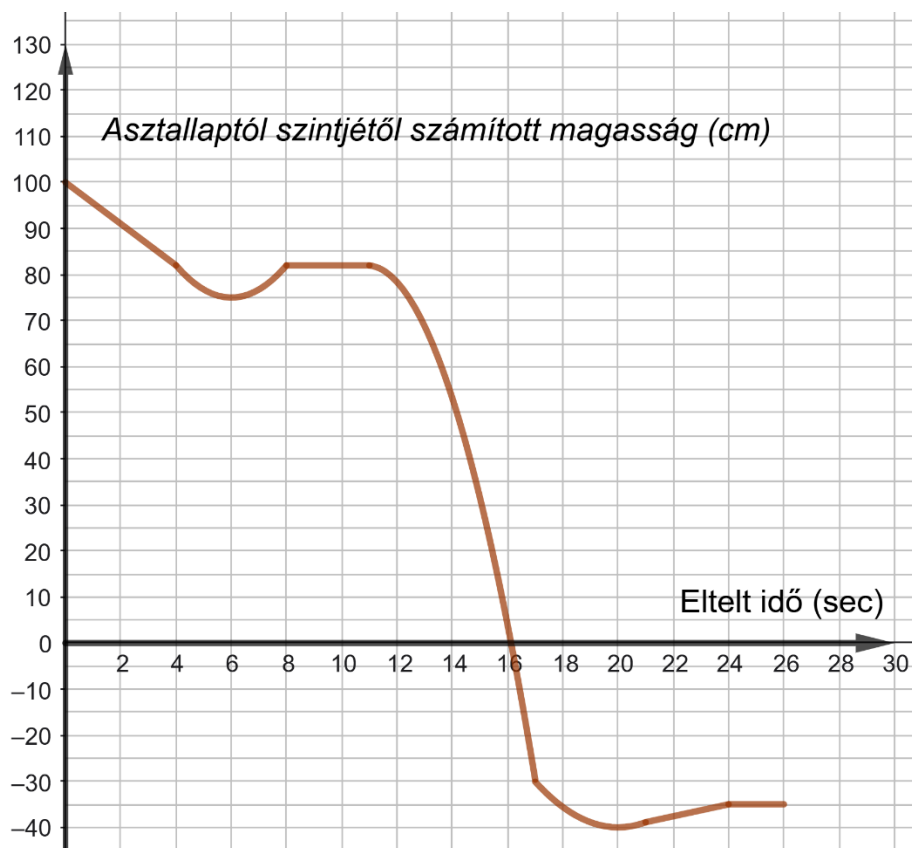


- 1) Ábel apukájával egy hatalmas golyópályát épített, a golyópálya egy része egy asztalkán áll, egy másik része a padlón. A golyó 26 másodperc alatt megy végig a pályán, ezalatt az időtartam alatt egyszer sem áll meg. Az alábbi ábra azt a függvényt szemlélteti, amelyik a golyó indításától eltelt időhöz hozzárendeli a golyónak az asztallaptól mért magasságát.



- a) Hány cm a különbség az indulási és az érkezési pont magassága közt?
- b) Az indulástól számítva mely időintervallumon emelkedik a golyó magassága?
- c) Mi történik a golyóval a 8. és a 11. másodperc között?
- d) Az indulás után mennyi idővel kerül az asztallap szintje alá a golyó?
- e) Melyik függvénytani tulajdonságra kérdez rá a feladat d) része?
- f) Írj olyan kérdést, ami a függvény minimumhelyére kérdez rá!

/1p

/1p

/1p

/1p

/1p

/1p

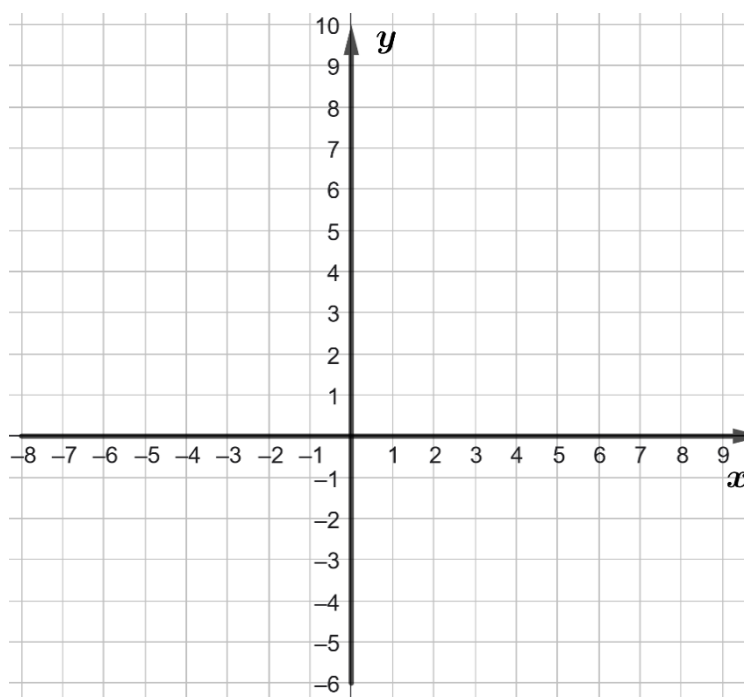
2) Adott képletével a következő függvényt $f: [-3; 4] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{12}{x^2 + 2}$.

a) Töltsd ki az alábbi értéktáblázatot:

x	0	1	2	3	4	-1	-3	0,5
$f(x)$								

/4p

b) Ábrázold a függvényt a kitöltött értéktáblázat alapján!



/4p

3) Adott a következő valós számok halmazán függvény $f(x) = -(x-2)^2 + 5$.

a) Milyen értéket vesz fel a függvény $x = 3$ helyen?

/2p

b) Az $f(x)$ -hez függvénytranszformációk segítségével jutottunk el az $f_1(x) = x^2$ függvényből.

Írd fel a közbülső lépéshez tartozó hiányzó képletet $f_2(x)$ -hez!

$$f_1(x) = x^2$$

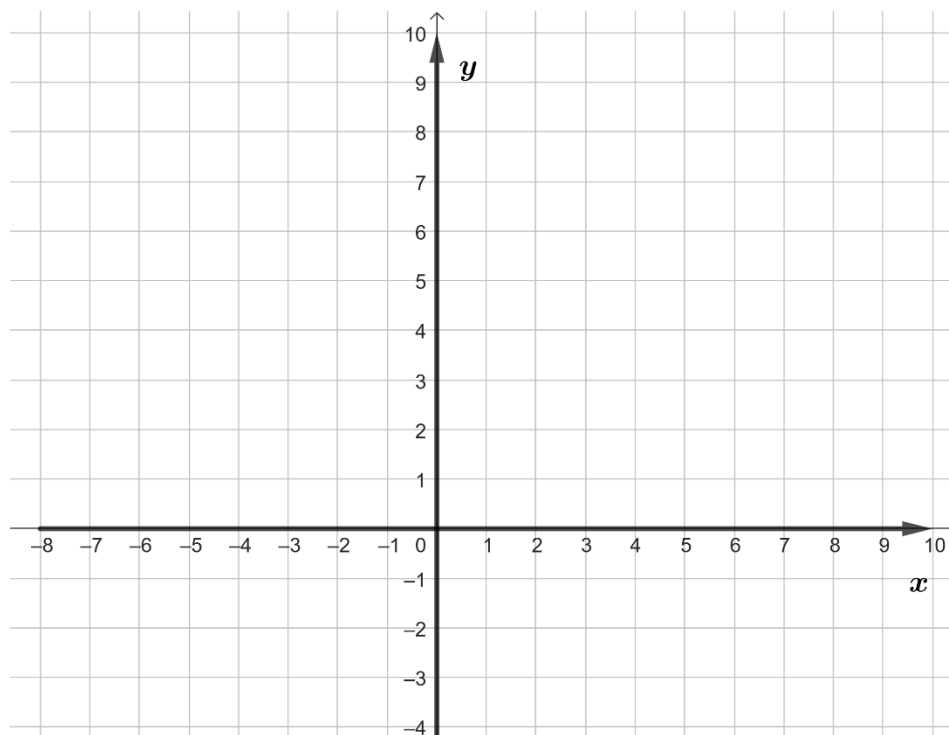
$$f_2(x) =$$

$$f_3(x) = -(x-2)^2$$

$$f_4(x) = -(x-2)^2 + 5$$

/1p

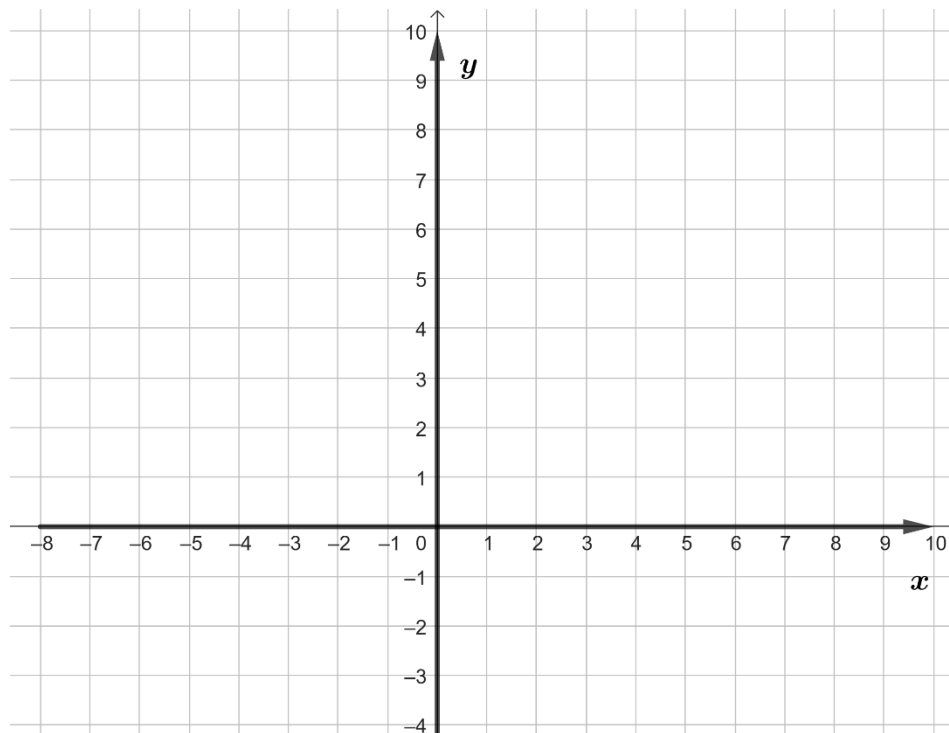
- c) Ábrázold az előző $f(x)$ függvényt függvénytranszformációk segítségével derékszögű koordináta-rendszerben, a köztes lépések grafikonját is ábrázolva!



/5p

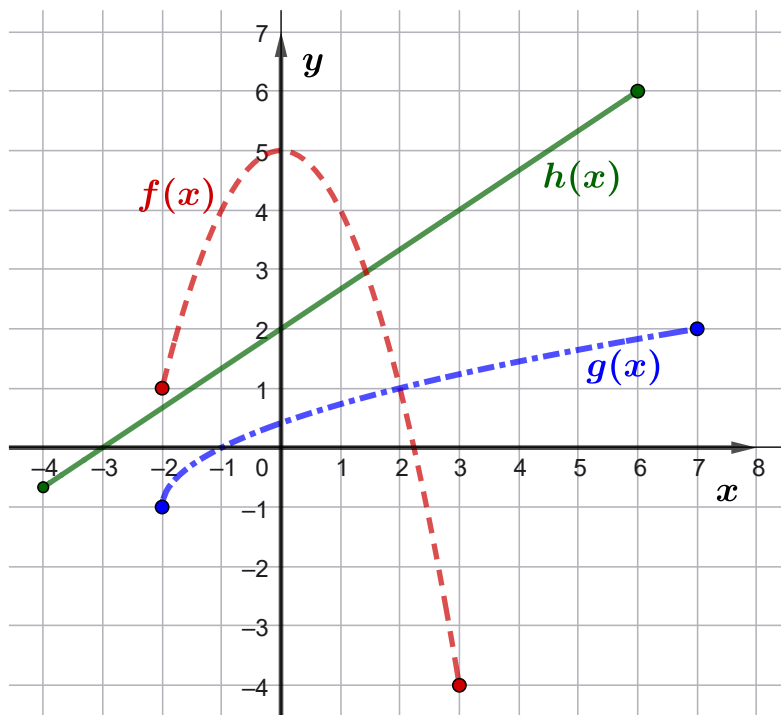
- 4) Ábrázold a következő függvényeket közös koordináta-rendszerben (más színekkel), a legbővebb halmazon, ahol értelmezhetőek a kifejezések:

$$f(x) = \sqrt{x+3} - 2; \quad g(x) = |\sqrt{x+3} - 2|$$



/6p

5) Az alábbi képen három hozzárendelés grafikonját látod, az $f(x)$, a $g(x)$ és a $h(x)$ grafikonjait.



a) Add meg az $f(x)$ értelmezési tartományát és értékkészletét!

ÉT=

ÉK=

/2p

b) Olvasd le a grafikonról $h(x)$ függvény zérushelyét!

/1p

c) Állapítsd meg a $g(x)$ minimumhelyét és -értékét!

minimumhely:

min. érték:

/2p

d) Add meg, hogy hol szigorú monoton csökkenő az $f(x)$ függvény!

/1p

e) Add meg mindhárom függvény hozzárendelési szabályát (az értelmezési tartományokat nem kell felírnod)!

$f(x) =$

$g(x) =$

$h(x) =$

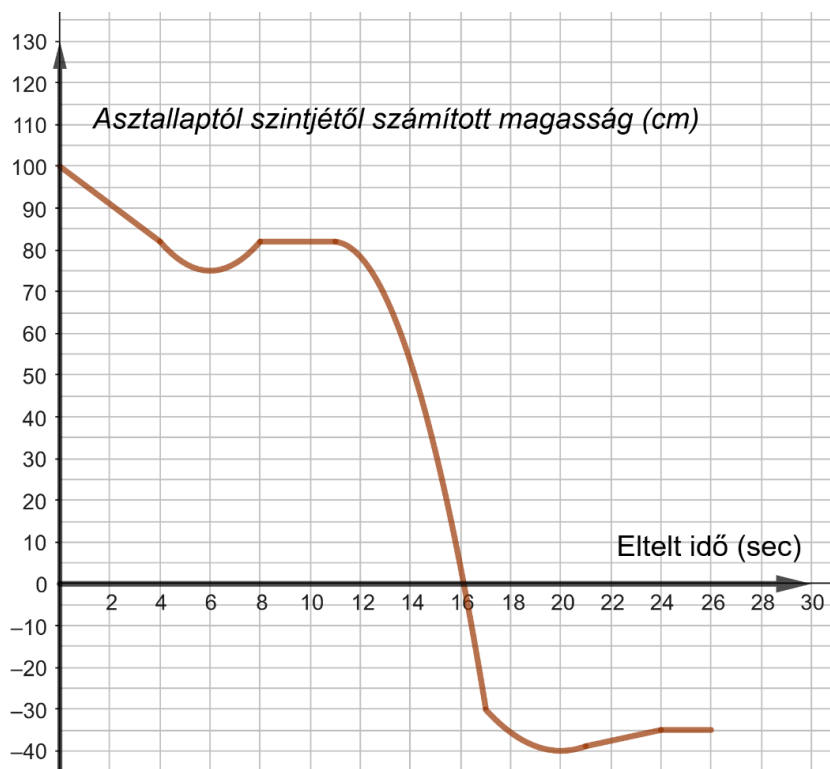
/6p

Összesen:

/40p

Függvénytranszformációk – tudáspróba- megoldókulcs

- 1) Ábel apukájával egy hatalmas golyópályát épített, a golyópálya egy része egy asztalkán áll, egy másik része a padlón. A golyó 26 másodperc alatt megy végig a pályán, ezalatt az időtartam alatt egyszer sem áll meg. Az alábbi ábra azt a függvényt szemlélteti, amelyik a golyó indításától eltelt időhöz hozzárendeli a golyónak az asztallaptól mért magasságát.



- a) Hány cm a különbség az indulási és az érkezési pont magassága közt?

135 cm.

/1p

- b) Az indulástól számítva mely időintervallumon emelkedik a golyó magassága?

A 6. és a 8. másodperc közt, és a 20. és 24. másodperc közt.

/1p

- c) Mi történik a golyóval a 8. és a 11. másodperc között?

Vízszintesen gurul.

/1p

- d) Az indulás után mennyi idővel kerül az asztallap szintje alá a golyó?

16 másodperccel.

/1p

- e) Melyik függvénytani tulajdonságra kérdez rá a feladat d) része?

A zérushelyre.

/1p

- f) Írj olyan kérdést, ami a függvény minimumhelyére kérdez rá!

Mikor volt a golyó a legmélyebben az asztallaphoz képest?

/1p

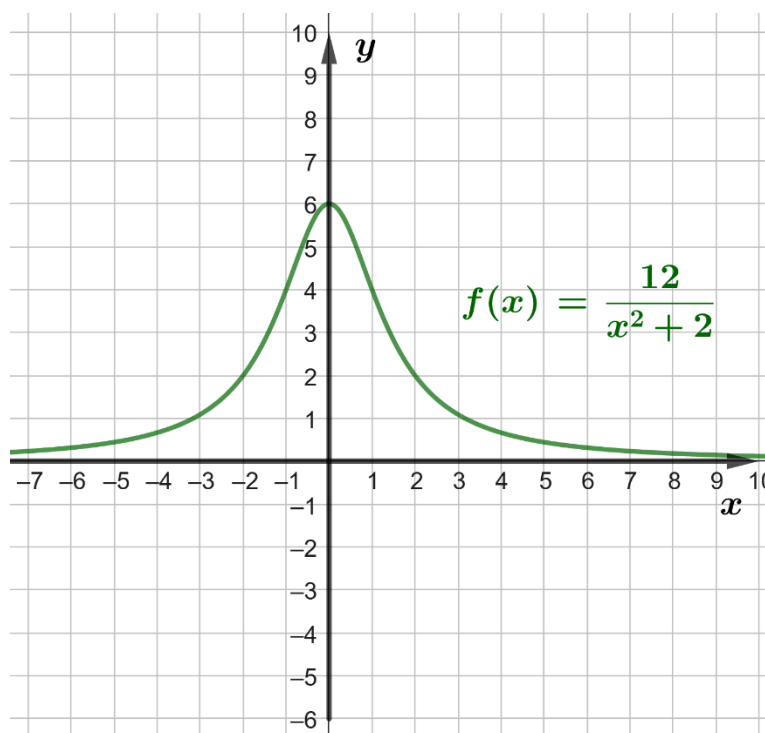
2) Adott képletével a következő függvényt $f: [-3; 4] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{12}{x^2 + 2}$

a) Töltsd ki az alábbi értéktáblázatot:

x	0	1	2	3	4	-1	-3	0,5
$f(x)$	6	4	2	$\frac{12}{11} \approx 1,09$	$\frac{12}{20} = \frac{4}{5}$	4	$\approx 1,09$	$\frac{16}{3} \approx 5,33$

/4p

b) Ábrázold a függvényt a kitöltött értéktáblázat alapján!



/4p

3) Adott a következő valós számok halmazán függvény $f(x) = -(x-2)^2 + 5$.

a) Milyen értéket vesz fel a függvény $x = 3$ helyen?

$$f(3) = -(3-2)^2 + 5 = 4$$

/2p

b) Az $f(x)$ -hez függvénytranszformációk segítségével jutottunk el az $f_1(x) = x^2$ függvényből. Írd fel a közbülső lépéshez tartozó hiányzó képletet $f_2(x)$ -hez!

$$f_1(x) = x^2$$

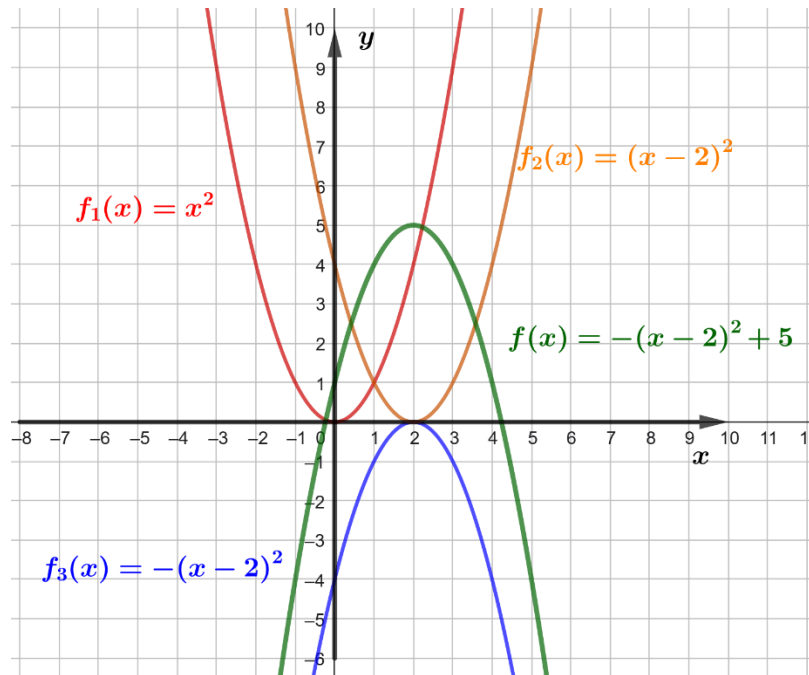
$$f_2(x) = (x-2)^2, \text{ illetve az } f_2(x) = -x^2 \text{ is helyes}$$

$$f_3(x) = -(x-2)^2$$

$$f_4(x) = -(x-2)^2 + 5$$

/1p

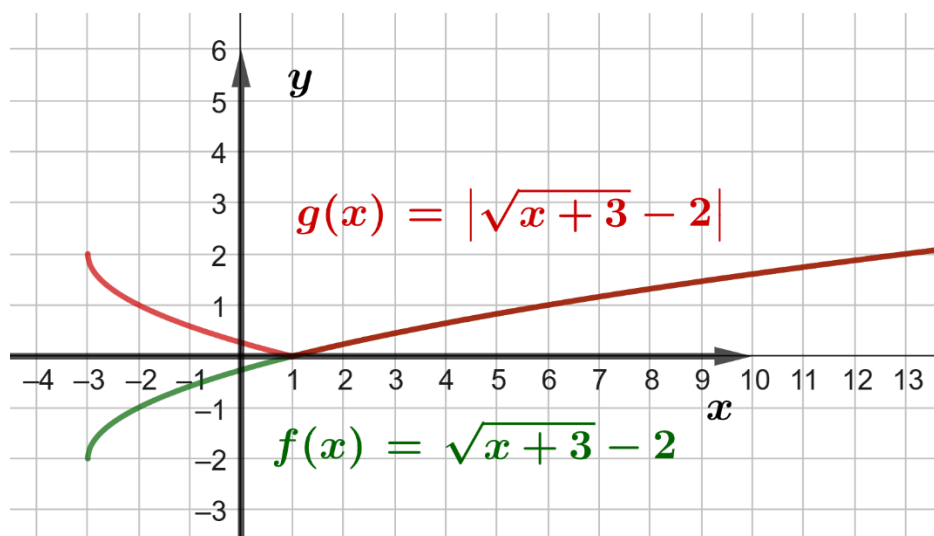
- c) Ábrázold az előző $f(x)$ függvényt függvénytranszformációk segítségével derékszögű koordináta-rendszerben, a köztes lépések grafikonját is ábrázolva!



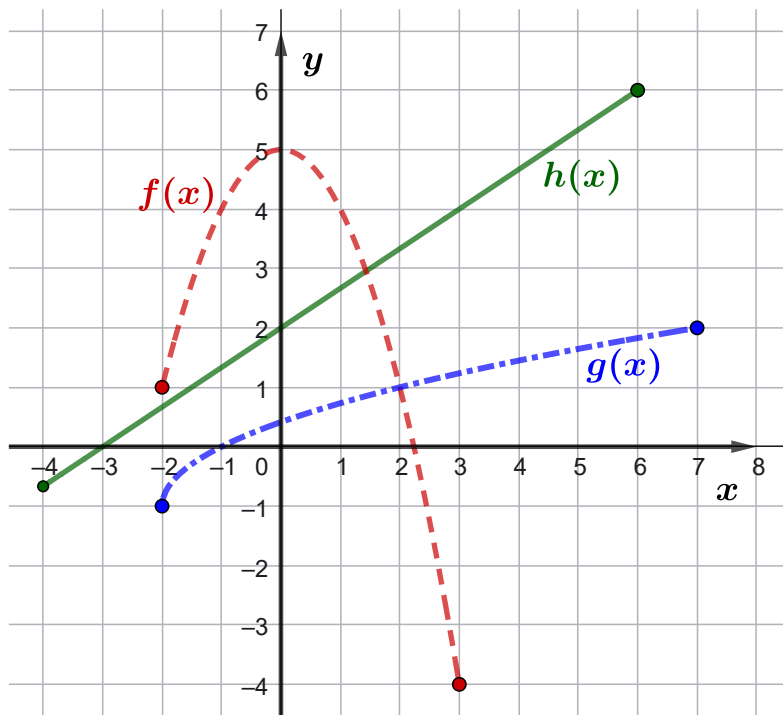
Megjegyzés: ha a 2-vel eltolás és a -1-gyel szorzás felcserélődik, szintén helyes a megoldás /5p

- 4) Ábrázold a következő függvényeket közös koordináta-rendszerben (más színekkel), a valós számok lehető legbővebb részhalmazán:

$$f(x) = \sqrt{x+3} - 2; \quad g(x) = |\sqrt{x+3} - 2|$$



5) Az alábbi képen három hozzárendelés grafikonját látod, az $f(x)$, a $g(x)$ és a $h(x)$ grafikonjait.



a) Add meg az $f(x)$ értelmezési tartományát és értékkészletét!

$$\text{ÉT} = [-2; 3]$$

$$\text{ÉK} = [-4; 5]$$

/2p

b) Olvasd le a grafikonról $h(x)$ függvény zérushelyét!

$$x_0 = -3$$

/1p

c) Állapítsd meg a $g(x)$ minimumhelyét és -értékét!

$$\text{minimumhely: } x_{\min} = -2$$

$$\text{min. érték: } y_{\min} = -1$$

/2p

d) Add meg, hogy hol szigorú monoton csökkenő az $f(x)$ függvény!

$$\text{a } [0; 3] \text{ intervallumon}$$

/1p

e) Add meg mindhárom függvény hozzárendelési szabályát (az értelmezési tartományokat nem kell felírnod)!

$$f(x) = -x^2 + 5$$

$$g(x) = \sqrt{x+2} - 1$$

$$h(x) = \frac{2}{3}x + 2$$

/6p

Összesen:

/40p