

VI. óra: Abszolút!

Az óra célja: Az eddig tanultak elmélyítése, új függvénytranszformációk (abszolútérték, ellentett) fel- és megismerése, alkalmazása.

Előzetes tudás: alapfüggvények grafikonjai, változó- és értéktranszformáció

Központi fogalmak: függvények ellentettjének grafikonja, függvények abszolútértékének grafikonja

Az óra legfontosabb elemei

	Rövid leírás	Módszer	Segédeszköz	Várható időtartam
1.	Órakezdés, a reciprok függvény elemzése	frontális beszélgetés		7 perc
2.	Páros munka	pármunka	feladatlap 1. vagy 2. oldala	10 perc
	Páros munka újraszervezve	pármunka	feladatlap 3. oldala	15 perc
3.	Gyakorlás és az óra lezárása	egyéni munka	korábbi feladatlap	8 perc

Az óra előkészítése

Szükséges:

1. A páros feladat című feladatlap

A párok felének a feladatlap 1. oldalát kell kinyomtatni (érdemes fejenként 1-1-et), a másik felének a 2. oldalát (érdemes fejenként 1-1-et), a közös munkához pedig minden párosnak a 3. oldalt kell kinyomtatni.

Fájlnév: [függvénytranszformációk9_o6_melléklet_páros_feladat_megoldásokkal](#)

2. A korábban kiosztott feladatlap minden páros számára.

Fájlnév: [függvénytranszformációk9_o4_melléklet_feladatlap_megoldással](#)

Az óra felépítése

1. Üdvözlés, házi feladat ellenőrzése (7 perc)

Tanár: A mai órát a múlt óra végén ábrázolni kezdett függvénnyel folytatnánk, segítsetek, melyik függvénynél hagytuk abba?

Diák: Az $f: \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{1}{x}$ képletű függvényt kellett ábrázolni az értéktáblázat alapján.

Tanár: Igen, és el is neveztük ezt a függvényt reciprokfüggvénynek. Mit jelent a szokatlan jelölés a képlet elején?

Diák: Hogy függvény minden valós számra értelmezve van, kivéve az $x = 0$ -ban.

Tanár: Ügyesen válaszoltál! Tudnátok mondani néhány összetartozó értékpárt a táblázatból?

Diák: Például a függvény értéke $x = 1$ -ben $y = 1$ vagy $x = 2$ -ben $y = 0,5$.

Tanár: Ellenőrizzük le, hogy helyesen ábrázoltátok-e a függvényt. Csináljuk úgy, hogy mindenki keressen egy-egy függvénytulajdonságot, és a kapott grafikonja alapján elemezze a reciprokfüggvényt a tulajdonság szerint. A többiek nézzék meg, hogy ők is ilyen grafikont rajzoltak-e. Fel is írjuk majd a helyes tulajdonságokat, kérlek ti is írjátok a saját grafikonotok mellé a függvényelemzést. Világos a feladat, kezdhetjük?

...

Tanár: Kezdjük is!

Diák: Például a függvénynek nincs zérushelye.

Tanár: Egyetértetek?

...

Diák1: A függvény értékkészlete a valós számok halmaza.

Tanár: Mindenkinek?

Diák2: Nem jó, mert a függvény értéke nem lehet 0, sosem lesz egy szám reciproka nullával egyenlő!

Tanár: Jó észrevétel! Mi lesz tehát a helyes értékkészlet?

Diák1: Minden valós szám, kivéve a 0?

Tanár: Igen, és pont ugyanúgy jelölhetjük, mint az értelmezési tartományát: $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

...

Diák: A függvény szigorúan monoton csökkenő.

Tanár: A teljes értelmezési tartományon?

Diák: Végig csökken, csak közben megszakadt a grafikon a nullánál.

Tanár: Nagyon fontos észrevétel: a reciprokfüggvény grafikonja megszakad $x = 0$ -nál. De éppen emiatt nem mondhatjuk, hogy nagyobb x -ekre mindig kisebb értéket vesz majd fel a függvény. Hogyan tudnánk mégis a menetéről beszélni?

Diák: Részenként, két külön intervallumon, a negatív x -ekre és a pozitív x -ekre

Tanár: Igen, írjuk is le helyes jelölésekkel: $x \in]-\infty; 0[$, akkor a függvény szigorúan monoton csökken, és ha $x \in]0; \infty[$, akkor is szigorúan monoton csökken.

Diák: És nekem nincs szélsőértéke a függvénynek, sem minimuma, sem maximuma.

Módszertani megjegyzés

Ha úgy érezzük, a csoportnak könnyebben menne az elemzés, ha előre látnák a helyes grafikont, vetítsük ki előre.

Tanár: Nagyon jó szempontokat mondatok, most akkor már nézzük is meg közösen a függvénygrafikont!

...

Tanár: Nagyon különleges a reciprokfüggvény grafikonja, egyrészt megszakad az $x = 0$ -ban, viszont a nulla körül pedig nagyon nagy, vagy nagyon nagy abszolútértékű negatív szám lesz az értéke, emiatt úgy látszik, mintha a grafikon rásimulna az y tengelyre.

Diák: És nagyon hasonlóan simul az x tengelyhez is, nagy x -ek esetén a függvényérték már nagyon kicsi szám lesz.

Tanár: Remek megfigyelések, nyilván a nagyon kicsi számon a nullához közeli számokat érted! Még annyit írjunk fel a grafikon mellé, hogy ennek a különleges görbének külön neve is van: *hiperbola*, a két ág együtt alkot egy hiperbolát.

2. Páros munka és újraszervezése (10 perc + 15 perc)

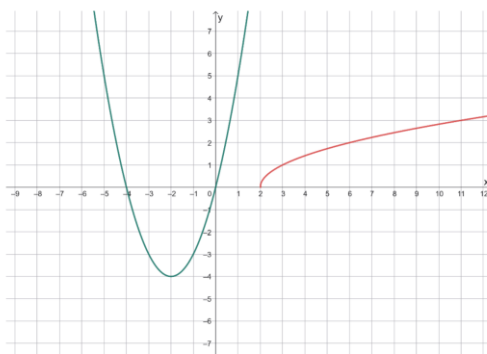
A gyakorló rész célja, hogy a párok megismerkedjenek egy-egy új függvénytranszformációval: a függvények ellentettjének és abszolútértékének grafikonjával, majd közösen kitalálják a megfelelő transzformációkat.

Tanár: A következő néhány percben párokban fogtok dolgozni. Minden párosnak adok egy feladatlapot, oldjátok meg közösen a rajta lévő feladatokat. Figyeljete rá, hogy mindketten részt vegyetek a megoldásban, jegyzeteljétek is le a papírotra a megoldásokat! Erre a feladatra 10 percek van!

A tanár a párosok felének a függvény ellentettjével foglalkozó páros feladat 1. oldalát, a párosok másik felének a függvények abszolútértékével foglalkozó páros feladat 2. oldalát adja oda.

PÁROS FELADAT 1.

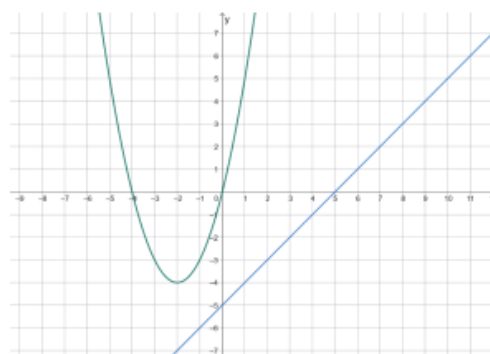
1. Az alábbi ábrán a valós számok halmazan értelmezett $f(x) = \sqrt{x-2}$ és $g(x) = (x+2)^2 - 4$ függvények grafikonjai láthatóak.



- Írjátok rá a grafikonra a függvények betűjeleit!
- Ábrázoljátok a koordináterendszerben az $f_1(x) = -\sqrt{x-2}$ és a $g_1(x) = -g(x)$ függvények grafikonját! (Segítség: gondoljátok végig, mi történik a függvényértékekkel!)
- Fogalmazzatok meg, hogy hogyan kaptátok meg az $f(x)/g(x)$ függvény grafikonjából az $f_1(x)/g_1(x)$ függvény grafikonját!

PÁROS FELADAT 2.

1. Az alábbi ábrán a valós számok halmazan értelmezett $h(x) = x-5$ és $g(x) = (x+2)^2 - 4$ függvények grafikonjai láthatóak.



- Írjátok rá a grafikonra a függvények betűjeleit!
- Ábrázoljátok a koordináterendszerben a $h_1(x) = |x-5|$ és a $g_2(x) = |g(x)|$ függvények grafikonját! (Segítség: gondoljátok végig, mi történik a függvényértékekkel!)
- Fogalmazzatok meg, hogy hogyan kaptátok meg az $f(x)/g(x)$ függvény grafikonjából az $f_2(x)/g_2(x)$ függvény grafikonját!

Módszertani megjegyzés

Miközben a párok dolgoznak, járjunk körbe, segítsünk az elakadóknak, figyeljünk rá, hogy mindenki megértette és leírta a következtetéseiket.

Tanár: Lejárt az idő! Most vidd magaddal a kitöltött feladatlapodat és füzeted, tollad, és keress magadnak egy olyan párt, aki nem ugyanazt a feladatot oldotta meg, mint te.

A tanár minden új párosnak odaadja a páros feladat kinyomtatott 3. oldalát.

Tanár: Ebben a feladatban nektek kell megmutatni és elmagyarázni a párotoknak, mit tanultatok az előző feladatból és a megszerzett tudásokat alkalmazni. Elsőként mutassátok meg az előző feladatokat és a megoldást is magyarázzátok el az új párotoknak, majd utána oldjátok meg közösen az új feladatlapot is! Erre is 10 percek lesz.

Tanár: Kérlek, figyeljetelek most rám! Úgy látom, szépen sikerült megoldani a feladatokat. Ellenőrzésképpen beszéljünk meg a füzetetekben kiegészített táblázatot!

Módszertani megjegyzés

Az első pármunka alatt előre is kitalálhatjuk, hogyan fogjuk beosztani új párokba a diákokat a következő feladatrészhöz. A párok átrendezésével, esetleg nagyobb csoportok kialakításával is segíthetjük a feladatmegoldást és a magyarázatokat, de figyeljünk arra, hogy akik az első felében együtt dolgoztak, a második felében ne dolgozzanak már együtt.

Módszertani megjegyzés

Figyeljük, hogy mindenkinek sikerül-e jól megosztani az információit, segítsük kérdésekkel a csoportokat.

Módszertani megjegyzés

Ha úgy érezzük, elég lehet kivetíteni és átbeszélni a megoldást, vagy a táblára is felírhatjuk újra.

Hozzárendelési szabály	Példa	Mi történik a grafikonnal?
$f(x)$ helyett $-f(x)$	$f(x) = x^2 \xrightarrow{\text{helyett}} f^*(x) = -x^2$ $g(x) = -x + 1 \xrightarrow{\text{helyett}} g^*(x) = x - 1$ $h(x) = \sqrt{x-2} \xrightarrow{\text{helyett}} h^*(x) = -\sqrt{x-2}$	a függvény grafikonját tükrözzük az x tengelyre

Hozzárendelési szabály	Példa	Mi történik a grafikonnal?
$f(x)$ helyett $ f(x) $	$f(x) = x - 3 \xrightarrow{\text{helyett}} f^*(x) = x - 3 $ $g(x) = x^2 - 3x \xrightarrow{\text{helyett}} g^*(x) = x^2 - 3x $ $h(x) = \sqrt{x-2} - 2 \xrightarrow{\text{helyett}} h^*(x) = \sqrt{x-2} - 2 $	a függvény grafikonjának x tengely alatti részét tükrözzük az x tengelyre

Módszertani megjegyzés

A csoport szintjétől és hogy mennyire könnyen sikerült ábrázolniuk a megadott függvényeket, érdemes lehet a megoldásokat függvényábrázoló programmal is megmutatni a diákoknak, különösen a páros munka 4. feladatának részlépéseit.

3. Gyakorlás és az óra lezárása (8 perc)

Ha marad idő, a múltkori feladatlapról kereshetünk még gyakorló példákat, például a 10-es vagy a 12-es feladtból, akár közösen megbeszélve a táblánál néhányat.

A következő óra elején építünk az előző feladatlap 13. feladatára, ezért azt mindenképpen javasoljuk házi feladatnak.

Mellékletek

Páros feladat feladatlapja

A párok felének a feladatlap 1. oldalát kell kinyomtatni (érdemes fejenként 1-1-et), a másik felének a 2. oldalát (érdemes fejenként 1-1-et), a közös munkához pedig minden párosnak a 3. oldalt kell kinyomtatni.

Fájlnév: [függvénytranszformációk9_o6_melléklet_páros_feladat_megoldásokkal](#)

Táblázatos óravázlat

Ebben a dokumentumban táblázatos formátumban található meg minden olyan információ, amire hasznos lehet az óra tartása közben rátekinteni. Nincsenek benne hosszú szöveges részek és módszertani megjegyzések, de részletesen követhető az óra felépítése.