

II. óra: Váltóláz

Az óra célja: A különböző számrendszerekbe való átváltás algoritmusának megértése és gyakorlása.

Előzetes tudás: hatványozás, számrendszerek, helyiérték, alaki érték, valódi érték, osztás, maradék

Központi fogalmak: helyiérték-táblázat

Az óra legfontosabb elemei

Az óra első részében egy rövid ismételés után a diákok egy triminót raknak ki, ennek során gyakorolniuk kell más számrendszerben megadott számok értelmezését, átváltását 10-es számrendszerbe.

Ezután diákok pármunkában megismerkednek a 10-es alapú számrendszerből 6-os számrendszerbe váltás kétféle algoritmusával egy bonbonok csomagolásával kapcsolatos feladat megoldása és megbeszélése során.

Az óra végén tudatosítjuk ezeket az algoritmusokat egy megerősítő frontális megbeszéléssel.

Az óra felépítése

	Rövid leírás	Módszer	Segédeszköz	Várható időtartam
1.	Ismételés	frontális megbeszélés	tábla, kréta	5 perc
2.	Triminó kirakása	pármunka	Triminó	10 perc
3.	Bonbon csomagolásos feladat megoldása	egyéni- és pármunka	Hexa-choc feladatlap	15 perc
4.	Más számrendszerből 10-es számrendszerbe való váltás algoritmusának megbeszélése	frontális megbeszélés	tábla, kréta	13 perc
5.	Az óra lezárása	tanári közlés		2 perc

Az óra előkészítése

Szükséges:

- Triminó** nyomtatása és kivágása úgy, hogy minden párnak jusson.
Fájlnév: [számrendszerek_02_melléklet_triminó](#)
- Hexa-choc feladatlap** nyomtatása: páronként egy-egy kell a feladatlap két verziójából (A és B megoldás).
Fájlnév: [számrendszerek_02_melléklet_feladatlap](#)

3. **Számrendszerek feladatlap** nyomtatása a csoport létszámának megfelelő példányszámban
Fájlnév: [számrendszerek_02_melléklet_számrendszerek_feladatlap](#)

Opcionális:

4. Ha van lehetőség **vetíteni**, akkor hasznos lehet az idő mérése látható formában, például a <https://pontosido.lovable.app/> oldal segítségével.

Az óra felépítése

1. Ismétlés (5 perc)

Tanár: Felírtam a táblára/kivetítettem egy viccet:

„10 fajta ember létezik. Aki érti a bináris számrendszert, aki nem, ...

... illetve aki számított rá, hogy ez a vicc hármas számrendszerben értendő.”

Hogy kapcsolódik ez a múlt órán tanultakhoz?

Diák: Számrendszerekről volt szó.

Tanár: És, hogy kell értelmezni a vicc első felét?

Diák: A bináris számrendszer a kettes számrendszer. A viccben az „egy-nulla” nem tíz, hanem a kettes számrendszerbeli „egy-nulla”, ami 2-vel egyenlő.

Tanár: Miben állapodtunk meg, hogyan írjuk fel ezt a számot a félreértések elkerülése érdekében?

Diák: Alsó indexbe teszünk egy 2-est: 10_2 .

Tanár: És miről szól a vicc második fele?

Diák: Még egy csavart tesz bele: a hármas számrendszerben „egy-nulla” értéke 3.

Tanár: És, ha 7-es számrendszerbeli szám lenne, akkor mit jelölt az „egy-nulla”?

Diák: A 7-es.

Tanár: Tudja valaki általánosítani a megfigyelésünket?

Diák: n alapú számrendszerben „egy-nulla” értéke n .

Tanár: Szuper. De azért általában mit jelöl „egy-nulla”?

Diák: Mivel mi tízes számrendszerben számolunk, 10 -et.

Tanár: Igen, ha nem írunk alsó indexet, vagy a szöveggörnyezetből nem következik más, akkor 10 -es számrendszerbeli a szám. Most nézzünk egy többjegyű számot 4 -es számrendszerben: mivel egyenlő 1234_4 ?

Diák1: Azzal a négyes számrendszerbeli számmal, amelynek számjegyei rendre 1, 2, 3, 4.

Diák2: De 4 -es nem is lehet számjegye egy négyes számrendszerbeli számnak!

Tanár: Miért?

Diák: Ha 4 db van egyesből, akkor az már 1 db négyes.

Tanár: Ügyes vagy, hogy észrevetted. Akkor ilyet nem is értelmes felírni. Melyik számrendszerben használhatunk 4-es számjegyet?

Diák: Ötösben. Vagy bármilyen 5-nél nagyobb alapszám esetén.

Tanár: Jó, akkor nézzük az 1234_5 számot! Ez mivel egyenlő, hogyan tudnánk megállapítani?

Diák: Készítsük el a helyiérték-táblázatot az ötös számrendszerhez. Az alapján már könnyű lesz kitalálni.

Tanár: Rendben! Milyen helyiértékek vannak?

Diák: Az 5 természetes kitevős hatványai: 1, 5, 25, 125, ...

Tanár: Hogyan írom be ezeket a táblázatba?

Diák: Jobbról balra.

Tanár: És most?

Diák: Írjuk be a táblázatba a számjegyeket és onnan már csak ki kell számolni a megfelelő értéket.

Tanár: Hogyan?

Diák: Van 1 db 125-ösünk, meg 2 db 25-ösünk, meg 3 db 5-ösünk, 4 db 1-esünk.

Tanár: Írjuk fel a megfelelő műveletsort!

...	5^3	5^2	5^1	5^0
...	125	25	5	1
	1	2	3	4

$1 \cdot 5^3 + 2 \cdot 5^2 + 3 \cdot 5^1 + 4 \cdot 5^0 = 125 + 50 + 15 + 4 = 194$

Tanár: Mennyi a 2-es számjegy alaki értéke?

Diák: 2.

Tanár: És a helyiértéke?

Diák: 25.

Tanár: És a valódi értéke?

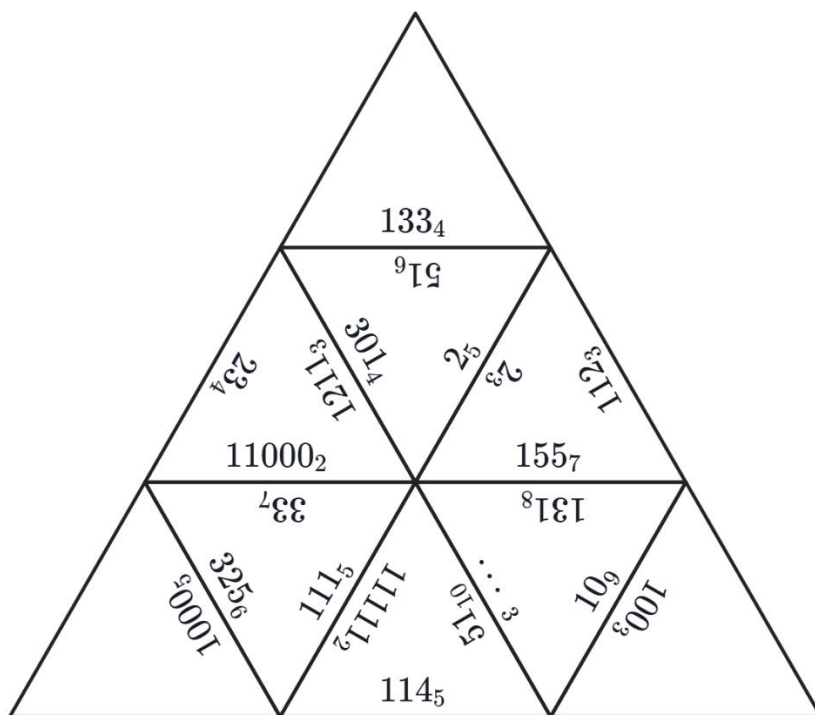
Diák: $2 \cdot 25 = 50$.

2. Triminó (10 perc)

Tanár: Ilyen átváltásokat fogtok gyakorolni! Alkossatok párokat! Adni fogok nektek 9 triminót. Ezek szabályos háromszögek, amelyek oldalain egy-egy szám áll. A számok különböző számrendszerekben vannak felírva, ezt a megbeszélt módon alsó indexben jelezzük.

Két triminót akkor lehet összeilleszteni a megfelelő oldalukkal, ha a két oldalon szereplő számok értéke egyenlő. Ha jól dolgoztok, akkor a 9 elem összeépítésekor egy nagyobb szabályos háromszög fog kijönni! 8 percetek van a feladatra. Jó munkát!

A tanár kiosztja a kivágott triminó készleteket, és körbejárva ellenőrzi, segíti őket.



A helyesen kirakott triminó

Módszertani megjegyzések: A párok lehetnek az egymás mellett ülő tanulók, de dolgozhatunk véletlenszerű párokkal is, ehhez használhatjuk például a <https://flippity.net/> „Random name picker” alkalmazását. Ha úgy érezzük, hogy túl sok időt venne igénybe a feladat pármunkában, akkor dolgozhatunk nagyobb létszámú csoportokkal is.

Írjuk fel, meddig dolgozhatnak, vagy vetítsük ki a hátralévő időt, például a <https://pontosido.lovable.app/> oldal segítségével!

Járjunk körbe, segítsünk az elakadóknak! Együttműködésben kevésbé járatos tanulóknak érdemes tanácsot adni: osszák el a darabokat, csinálják meg az átváltásokat a füzetükbe, és csak utána próbálják meg összerakni a triminót.

A kirakott triminókat viszonylag gyorsan tudjuk ellenőrizni, ha viszünk magunkkal egy nyomtatott példányt (vagy digitálisan megnyitjuk).

3. Bonbon csomagolós feladat (15 perc)

Tanár: A következő feladat során bonbonokat kell becsomagolnotok. Ismét párokban fogtok dolgozni. A pár két tagjának két különböző gondolatmenetet kell megérteni a csomagolás kivitelezéséhez. 7 percek lesz arra, hogy megértsétek és a megfelelő számításokkal kiegészítsétek a ti feladatlapotokon szereplő gondolatmeneteket és aztán 3-3 percek, hogy elmagyarázzátok a párotoknak az általatok megismert gondolatmenetet.

Módszertani megjegyzések: Érdekes az előző párokat használnunk.

A kétféle feladatlap biztosítja, hogy a pár mindkét tagja aktívan részt vegyen a munkában. Fontos elem az egymásnak történő magyarázat, ebből sokat tanulhatnak a diákok.

Írjuk fel, meddig dolgozhatnak, vagy vetítsük ki a hátralévő időt, például a <https://pontosido.lovable.app/> oldal segítségével!

Sétáljunk körbe, segítsünk az elakadó tanulóknak, hallgassuk meg, hogyan magyaráznak egymásnak!

4. Algoritmusok megbeszélése (13 perc)

Tanár: Mi köze volt ennek a feladatnak a témánkhoz?

Diák: A feladatban tulajdonképpen hatos számrendszer szerepelt.

Tanár: Hogy érted ezt?

Diák: A különböző csomagolások voltak a helyiértékek. Maguk a bonbonok az 1-esek, a selyemdobozok a 6-osok, a bársonykazetták a 36-osok, a faládák a 216-osok és az aranykonténerek az 1296-osok.

Tanár: Nagyon jó. És mi volt a feladat?

Diák: Megadni a 2345 tízes számrendszerbeli szám hatos számrendszerbeli alakját.

Tanár: És a kétféle megoldás kétféle eljárást, algoritmust adott erre. Lássuk megértettétek-e az algoritmusokat. Nézzük meg, hogy meg tudjátok-e adni a 2345-nek a 9-es számrendszerbeli alakját a megismert gondolatmeneteket alkalmazva!

Ki vállalkozik rá, hogy megpróbálja elkezdeni a váltást? Melyik gondolatmenetet szeretné követni?

Diák: A B verziót.

Tanár: Rendben, mit kell először csinálni?

Diák: Megnézni, hogy milyen csomagjaink, azaz helyiértékeink vannak. Most is csinálhatnánk helyiérték-táblázatot.

Tanár: Jó, csináljuk meg.

Diák: Jobb oldalt van 1-es helyiértékünk, tőle balra 9-es, amelle 81-es, amelle 729-es.

Tanár: És ennyi elég?

Diák: Igen, mert ennél nagyobb helyiértékre nem lesz szükségünk, mert a 9 következő hatványa már jócskán nagyobb, mint 729.

Tanár: Vegye át valaki a szót! Hogyan folytassuk?

Diák: Először meg kell állapítanunk, hogy hány 729-esre van szükség. Azaz el kell osztanunk 2345-öt 729-cel. Úgy számolom, hogy 3-szor van meg benne. Írjuk be a 3-at a helyiértéktáblázatba a 729-es helyiértékhez!

Tanár: Hogyan folytassuk?

Diák: Meg kell állapítanunk, hogy mennyi a maradék: $2345 - 3 \cdot 729 = 158$.

Tanár: És minek felelt meg a maradék a csomagolósos feladatban?

Diák: A feladatban ez ugye az adott típusú csomagolásból kimaradó bonbonok száma volt.

Tanár: Pontosan. Ki folytatja? Mondjátok sorban a lépéseket!

Diák1: Most az a kérdés, hogy hány 81-esre van szükség. $158 : 81 = 1$ és 77 a maradék. Írjuk be az 1-et a helyiértéktáblázatba a 81-es helyiértékhez!

Diák 2: Most az a kérdés, hogy hány 9-esre van szükség $77 : 9 = 8$ és 5 a maradék. Írjuk be a 8-at a helyiértéktáblázatba a 9-es helyiértékhez és az 5-öt az 1-es helyiértékhez.

Tanár: A még jobb áttekinthetőség kedvéért leírom az utolsó, elég nyilvánvaló osztást is.

...	9^3	9^2	9^1	9^0
...	729	81	9	1
	3	1	8	5

$2345 : 729 = 3$, marad 158
 $158 : 81 = 1$, marad 77
 $77 : 9 = 8$, marad 5
 $5 : 1 = 5$, marad 0.

$2345_{10} = 3185_9$

Tanár: Foglaljuk össze! Melyik számokkal osztunk ebben az eljárásban? Mik ennél az eljárásnál az osztók?

Diák: A helyiértékek csökkenő sorrendben.

Tanár: És miket osztunk minden lépésben? Mik az osztandók?

Diák: Az előző lépés osztási maradékai, azaz a még „nem becsomagolt” egyesek.

Tanár: És mik a keresett kilences számrendszerbeli szám számjegyei?

Diák: Az egyes osztások eredményei.

Tanár: És meddig kell folytatnom az osztást?

Diák: Amíg 1-gyel nem osztunk, hiszen ez az utolsó helyiérték. Ekkor persze 0 lesz a maradék.

Tanár: Szuper! Nézzük most a másik gondolatmenetet! Ki az, aki vállalkozik rá, hogy elkezdi!

Diák: Elkezdem „becsomagolni” a 2345 db 1-est 9-esekbe. Ehhez megcsinálom a $2345 : 9$ osztást. A hányados 260, a maradék 5. Tehát a csomagolás során 5 db 1-es marad ki.

Tanár: Ki tudja folytatni?

Diák1: „Becsomagolom” a 260 db 9-est 81-esekbe. Ehhez megcsinálom a $260 : 9$ osztást. A hányados 28, a maradék 8. Tehát a csomagolás során 8 db 9-es marad ki.

Diák2: „Becsomagolom” a 28 db 81-est 729-esekbe. Ehhez megcsinálom a $28 : 9$ osztást. A hányados 3, a maradék 1. Tehát a csomagolás során 1 db 81-es marad ki.

Diák3: A 3 darab 729-est már nem tudom nagyobb egységbe csomagolni, szóval 3 db 729-esem lesz.

Tanár: Igen, de azért most is érdemes az utolsó osztást is leírni, hogy lássuk a szabályszerűséget!

	...	9^3	9^2	9^1	9^0
	...	729	81	9	1
		3	1	8	5

$2345 : 9 = 260$, marad 5
 $260 : 9 = 28$, marad 8
 $28 : 9 = 3$, marad 1
 $3 : 9 = 0$, marad 3

$2345_{10} = 3185_9$

Tanár: Ennél a módszernél mik az osztók?

Diák: Mindig 9.

Tanár: És mik az osztandók?

Diák: Rendre az előző osztások eredményei.

Tanár: És mik adják meg a szám kilences számrendszerbeli alakjának számjegyeit?

Diák: A maradékok.

Tanár: És milyen sorrendben?

Diák: Fordított sorrendben: először az 1-eseket számát kapom meg, aztán a 9-esek számát stb.

Tanár: És meddig kell folytatnom az eljárást?

Diák: Amíg a maradékos osztás eredménye 0 nem lesz, azaz már nem tudom „továbbcsomagolni” az adott mennyiséget.

Tanár: Van-e előnye ennek a második módszernek?

Diák: Nem kell előre kitalálnom a helyiértékeket.

Tanár: Igen, bár az ellenőrzéshez jól jöhet!

Ellenőrzésképpen nézzük meg a triminóban szereplő 51 átváltását 3-as számrendszerbe. Mindenki azzal az algoritmussal dolgozzon, ami jobban tetszik neki!

...

Tanár: Mit kaptatok?

Diák: $51_{10} = 1220_3$

5. Az óra lezárása (2 perc)

Tanár: A mai órán megismertünk kétféle algoritmust a tízes alapú számrendszerből más számrendszerbe történő átváltásra. Remélem, mindenkinek tetszik valamelyik. Az általatok választott eljárást gyakorolhatjátok a kiosztott feladatlap 1. feladatának megoldásával.

Módszertani megjegyzés: Ha marad egy kis idő óra végén, akkor érdemes elkezdni a feladatlapot, hogy lássuk, hogy megértették-e az algoritmusokat.

Mellékletek

Trimino

Fájlnév: [számrendszerek_02_melléklet_triminó](#)

Hexa-Choc feladatlap

Fájlnév: [számrendszerek_02_melléklet_feladatlap](#)

Számrendszerek feladatlap

Fájlnév: [számrendszerek_02_melléklet_számrendszerek_feladatlap](#)

Táblázatos óravázlat

Ebben a dokumentumban táblázatos formátumban található meg minden olyan információ, amire hasznos lehet az óra tartása közben rátekinteni. Nincsenek benne hosszú szöveges részek és módszertani megjegyzések, de részletesen követhető az óra felépítése.