

8. óra: Összefog(lal)ás

Az óra célja: Az összetett oszthatósági szabályok elmélyítése. Összefoglalás.

Előzetes tudás: az eddigi órák anyaga

Központi fogalmak: összetett oszthatósági szabályok

Az óra legfontosabb elemei

	Rövid leírás	Módszer	Segédeszköz	Várható időtartam
1.	Köszöntés, házi feladat ellenőrzés	frontális		8 perc
2.	Összetett oszthatóság - tudásmélyítés	egyéni és frontális		12 perc
3.	Összefoglaló gondolattérkép készítése	csoporthmunka	A3-as lapok, színes filcek, korábbi gondolattérképek	10 perc
4.	Egymás gondolattérképének megtekintése	csoporthmunka		5 perc
5.	Összefoglalás	frontális		10 perc

Az óra előkészítése

Szükséges:

1. **A3-as lapok vagy csomagolópapír** (ahány csoport lesz a gondolattérkép készítésnél) és **színes filcek** (legalább annyi szín, ahány fős egy csoport lesz).

Opcionális:

1. **Prezentáció vetítése** – táblai vázlattal kiváltható
Fájlnév: [számelmélet o8 melléklet összetett](#)

Az óra felépítése

1. Köszöntés, házi feladat ellenőrzés (8 perc)

A tanár köszönti a diákokat, és közösen megbeszéli velük az előző óra végén kiadott feladat(ok) megoldását. Érdemes törekedni arra, hogy minél inkább a diákok mondják a megoldásokat és a gondolkodás alapját képező szabályokat, hiszen ezeket fogjuk a

továbbiakban is használni. A 4. feladatot mindenképpen javasoltuk, ennek leírása következik.

A feladat és megoldásai:

4. Határozd meg a hiányzó számjegyeket úgy, hogy teljesüljenek az alábbi oszthatóságok!

a) $\overline{6b42}$ osztható 6-tal

b) $\overline{4x3y}$ osztható 15-tel

c) $\overline{5x34y}$ osztható 18-cal

d) $\overline{52x3y}$ osztható 30-cal

Mo: a) $b \in \{0; 3; 6; 9\}$

b) ha az $y = 5$, akkor az x a $\{0; 3; 6; 9\}$ halmaz bármely eleme lehet, ha az $y = 0$, akkor az x lehetséges értékei a $\{2; 5; 8\}$ halmaz elemei közül valók. Más végződés nem lehetséges.

c) az $(x; y)$ párok lehetséges értékei: $(6; 0), (4; 2), (2; 4), (0; 6), (7; 8), (9; 6)$.

d) az x lehet a $\{2; 5; 8\}$ halmaz bármelyik eleme, az y mindenképp 0.

2. Összetett oszthatósági szabályok - tudásmélyítés (12 perc)

Tanár: Az utolsó feladatban egy szám 30-cal való oszthatóságát kellett megállapítani. Meg tudjátok mondani, hogy milyen oszthatóságokra lehet visszavezetni a 30-cal való oszthatóságot?

Diák: Én a 3-mal és 10-zel való oszthatóságra vezettem vissza.

Diák: Én 5-tel és 6-tal oszthatóságra vezettem vissza. (Ha nem jön elő, jöjjön vele elő a tanár).

Tanár: Elsőre mindkettő jónak tűnik, bár az elsőre furcsa lehet, hogy kétféle szabály is van. Ki tudná elmondani, hogy miért lesz jó mind a két szabály?

Diák: Ha valami 30-cal osztható, ahhoz az kell, hogy a prímtényezői közt legyen 2-es, 3-as és 5-ös is. Ha valami osztható 3-mal és 10-zel, akkor ez biztosan igaz. De ugyanúgy igaz akkor is, ha a számról tudjuk, hogy 6-tal és 5-tel is osztható.

Tanár: Nagyon szép megfogalmazás! Gyakoroljuk ezt még egy kicsit, egy szám 60-nal való oszthatóságát vizsgálva. A kivetítőn láttok különböző feltételeket, próbáljátok kiválasztani, hogy melyek garantálják egy szám 60-nal való oszthatóságát. A feladatra 4-5 perc gondolkodási időtök van, most egyedül dolgozzatok!

Feladat a kivetítőn:

Döntsd el az egyes feltételekről külön-külön, hogy „jó” oszthatósági szabályt eredményeznek-e:

Egy szám biztosan osztható 60-nal, ha osztható:

- a) 2-vel és 30-cal is;
- b) 3-mal és 20-szal is;
- c) 6-tal és 10-zel is;
- d) 4-gyel és 15-tel is;
- e) 4-gyel és 14-gyel is;

- f) 2-vel, 5-tel és 6-tal is;
- g) 2-vel, 3-mal, 4-gyel és 5-tel is;
- h) 2-vel, 3-mal, 4-gyel, 5-tel és 6-tal is.
- i) 5-tel, 6-tal és 8-cal osztható is.

A 4-5 perc gondolkodási idő után közös megbeszélés következik. A feladat alkalmas arra, hogy a helyes válaszok ellenőrzésén túl a témakör több sarokpontját áttekintsük:

- Érdeemes elkészíteni a 60 prímtényező felbontását.
- Érdeemes tisztázni, hogy ha egy számnak osztója a 60, akkor a prímtényező felbontásáról mit mondhatunk. Általánosan is megfogalmazhatjuk, hogy osztó és többszörös prímtényező felbontása milyen viszonyban áll egymással.
- Hasonlítsuk össze, hogy miért működő feltétel a 3-mal és 20-szal oszthatóság, a 2-vel és 30-cal oszthatóság pedig miért nem.
- Indokoltassuk, hogy miért ugyanaz valójában az utolsó két feltétel. Keressük meg az utolsó két szabályban a redundanciákat, vizsgáljuk meg, mi hagyható el belőlük, ha továbbra is igaz szabályt szeretnénk kapni.
- A feltételek közt nem szerepel a legkézenfekvőbb szabály: a 3-mal, 4-gyel és 5-tel oszthatóság együttese. Fontos, hogy e szabály a megbeszéléskor elhangozzon.

Módszertani megjegyzés: Ha a csoport szintje megengedi, érdemes beszélgetni arról, hogy hogyan jelennek meg a feladatban a szükséges, elégséges, valamint a szükséges és elégséges feltételek.

Módszertani megjegyzés: Ha érdemesnek látjuk, hogy foglalkozunk még a témával, az alábbi kérdéseket szintén hasznos lehet feltenni.

Feladat:

Melyik az a legkisebb 60-nal osztható szám, amely

- a) négyjegyű;
- b) osztható 11-gyel;
- c) osztható 9-cel;
- d) nem osztható 8-cal és háromjegyű;
- e) osztható 14-gyel;
- f) osztható 140-nel.

3. Összefoglaló gondolattérkép készítése (10 perc)

Tanár: Ezzel lényegében befejeztük a számelmélet tananyagot. Azt szeretném, ha újból megalakítanátok azokat a csoportokat, amelyek az 1. órán dolgoztak együtt. Összefoglaló gondolattérképet kell készítenetek számelméletből. Ehhez kiosztok egy-egy lapot és színes filceket. Írjátok fel középre, hogy „Számelmélet”. Osszátok ki egymás között a színes tollakat. Írjátok fel a lap túloldalára a neveteket a saját színes tollatokkal. Fordítsátok vissza a lapot. Felváltva fogtok jönni. Aki jön, az mindig egy új szót vagy fogalmat ír fel a lapra, amit valamelyik korábban felírt szóhoz kapcsol. Így egy gondolattérképet kaptok majd, amiből én is látni fogom, hogy milyen számelméleti fogalmakat tanultatok meg. Ha valakinek nincsen már ötlete, akkor adhattok egymásnak tippeket, de mindig a soron következő írja le a szót. 8 percet dolgozhattok ezen. Ha elkészültetek, összevehetitek az 1. órán alkotott gondolattérképpel.

Módszertani megjegyzések:

Ha kell, segítségül olvassuk fel az 1. órán készült gondolattérképekről, hogy kik voltak egy csoportban.

A magyarázatot érdemes a táblára rajzolt gondolattérkép vázlatával kiegészíteni.

A saját toll biztosítja, hogy a csoport minden tagja részt vegyen a munkában, érdemes ragaszkodni hozzá.

Írjuk fel, meddig dolgozhatnak, vagy vetítsük ki a hátralévő időt, például a www.virtualisora.hu/idozito/ oldal segítségével!

A korábbi gondolattérképpel összevetést fontos, a tanulást, fejlődést tudatosító lépésnek tartjuk. Ne hagyjuk ki!

4. Egymás gondolattérképeinek megtekintése (5 perc)

Tanár: Adjuk körbe a gondolattérképeket. Figyeljétek meg, hogy van-e olyan fogalom, ami a tiétekről hiányzik! Van-e olyan, amit ti írtatok, de más nem?

Módszertani megjegyzések:

Jelöljük ki a gondolattérképek körbeadásának irányát. Időzítsük a továbbadást – 1-2 perc elég egy gondolattérkép megnézésére.

Vihetünk „post it”-eket, amelyekre a csoportok üzeneteket írhatnak egymásnak azzal kapcsolatban, hogy mi az, ami tetszik nekik, mi az, amit hiányolnak. Így kicsit időigényesebb a megtekintés.

5. Összefoglalás, az óra lezárása (10 perc)

Tanár: Szedjük össze, hogy mely szavak, összefüggések jelentek meg a gondolattérképeken!

Jó lenne, ha előkerülne:

- osztó, többszörös, maradék,
- prímszám, összetett szám,
- prímtényező felbontás,
- legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös,
 - relatív prímelek,
- 10-es helyiértékes számrendszer,
- oszthatósági szabályok,
 - utolsó számjegyek,
 - számjegyek összege,
 - összetett oszthatósági szabályok.

Módszertani megjegyzés:

- Ha marad rá idő, akkor röviden beszélgethetünk arról is, hogy az egyes fogalmakhoz kötődően milyen feladatokat kell tudni megoldani.
- Az órához kapcsolódó gyakorló feladatsor használatával egy gyakorlóóra könnyen beiktatható a számonkérés előtt.

Tanár: Aki még szeretne gyakorolni, annak gyűjtöttem érettségi feladatokat, illetve néhány nehezebb feladatot a számelmélet témájához kötődően.

Mellékletek

1. Kivetített feladat

Fájlnév: [számelmélet_08_melléklet_összetett](#)

2. Gyakorló feladatsor érettségi feladatokból

Fájlnév: [számelmélet_08_melléklet_feladatlap](#)

Részletes nyomtatható óravázlat

Ebben a dokumentumban táblázatos formátumban található meg minden olyan információ, amire hasznos lehet az óra tartása közben rátekinteni. Nincsenek benne hosszú szöveges részek és módszertani megjegyzések, de részletesen követhető az óra felépítése.

Egyoldalas nyomtatható óravázlat

Táblázatos formátumú óravázlat, ahol a leglényegesebb információk egy A4-es oldalnyi terjedelemben összefoglalva szerepelnek.