

II. óra: Szövegek röviden

Az óra célja: Annak tudatosítása, hogy a különböző matematikai tartalmú szövegek algebrai kifejezésekkel modellezhetők, egy szöveghez többféle kifejezés tartozhat, egy kifejezés többféle szöveget modellezhet.

Előzetes tudás: Felső tagozatos algebra ismeretek, egyszerű műveletek algebrai kifejezésekkel.

Központi fogalmak: algebrai kifejezés, változó, behelyettesítés, alaphalmaz

Az óra legfontosabb elemei

Az órán matematikai tartalmú szövegeket és képleteket kapcsolnak össze a diákok, két játék keretében:

1. Az első 15 percben matematikai dominókkal dolgoznak: előbb pármunkában ki kell rakniuk a dominót, majd a feladatban szereplő képleteken gyakorolják a behelyettesítést.

Hány forintom van, ha van a db százforintosom és 2-szer annyi db húszforintosom?	$\frac{a}{3600}$ HAM
--	---------------------------------

2. Az óra második felében saját maguknak kell szöveg alapján képletet, illetve képlet alapján szöveget alkotniuk. A feladat az ismert „telefonos” játék mintájára zajlik, azaz egy papírlapot adnak egymásnak sorban úgy, hogy a következő diák csak az utoljára elkészült szöveget/képletet láthatja, és ez alapján kell neki megalkotnia a következő sort.

Az óra előkészítése

Szükséges:

1. **Dominók nyomtatása és kivágása** a 2 fős csoportok létszámának megfelelően.
Fájl neve: a2_melléklet_dominó és a2_melléklet_dominó_leírással
Érdeemes lehet különböző színű papírra nyomtatni a különböző csoportok dominóit.
2. **Cédulák kivágása** behelyettesítéshez. Minden 2 fős csoportnak egy-egy számpárt tartalmazó cédula kell, az egész csoportnak elég összesen egy oldalnyi nyomtatás ebből.
3. **Telefonos játékhoz lapok nyomtatása és félbevágása**, a 2 fős csoportok számának megfelelően.
Fájl neve: a2_melléklet_telefonos_feladat
Lehetséges, hogy a játékhoz **pótlapokra** is szükség lesz, erre a célra bármilyen papír megfelel.

Opcionális:

4. **Az idő kivetítéséhez** vetítógép vagy okostábla előkészítése.
5. **Feladatlapok nyomtatása**, amennyiben fel akarjuk használni házi feladatként.
Fájl neve: a2_melléklet_telefonos_gyakorlás

Az óra felépítése

1. Bemelegítő feladat (10 perc)

Tanári közlés: „A múlt órán láttuk, hogy képletek segíthetnek minket a hétköznapi életben, illetve más tantárgyakban is. Szöveges matematika feladatok megoldásakor jelentős segítséget jelenthet, ha a feladatot képletekkel, algebrai kifejezésekkel modellezzük. Ezt fogjuk a mai órán körüljárni.

- Alkossatok párokat (vagy 3 fős csoportokat)!
- Ki kell raknotok egy dominót, ehhez minden csoportnak adni fogok egy 10 kártyából álló készletet.
- A dominók egyik oldalán egy szöveg, a másik oldalán egy algebrai kifejezés látható. Párosítsátok a megfelelő szöveget a megfelelő algebrai kifejezéssel, illesszétek a párokat egymás mellé – így rakjátok le egymás után sorban a dominókat.
- Az egymás utáni dominókon található betűsorok összeolvasásával egy matematikus nevét kapjátok (csak meg kell találnotok, hogy honnan kezdjétek a kiolvasást). Keressetek rá, mikor és hol élt, és miről híres ez a matematikus!
- Ha elkészültetek, szóljatok!”

Módszertani megjegyzés

Ha az előző órán párokkal dolgoztunk, akkor használhatjuk akár ugyanazokat a párokat.

Módszertani megjegyzés

Írjuk fel, meddig dolgozhatnak, vagy vetítsük ki a hátralévő időt, például a www.virtualisora.hu/idozito/ oldal segítségével!

A diákok az alábbiakhoz hasonló dominókkal fognak dolgozni:

Két szám különbsége a , a kisebbik 60. Mekkora a nagyobbik?	$7 \cdot (a - 7)$
	HVÁ
Egy a fejű sárkánynak a lovag levágta 7 fejét, mire az azonnal meghétsszerezte fejeinek számát. Hány feje lett ezután?	$60 \cdot (a - 1) + 120$
	RIZ

Segítő ötletek: Kérhetjük a gyerekeket, hogy egymás között osszák el a dominókat, tegyenek egyet az asztal közepére, és keressenek ahhoz valamelyik oldalról illő darabot. Így építkezzenek egyszerre kétoldról. De az is megoldás lehet, hogy egyszerre kiteszik az asztalra mindet, és így próbálnak párokat keresni.

A dominó megfejtése: Könnyen ellenőrizhető az elkészült dominó: a két végének is illeszkednie kell és valahonnan kezdve kiolvasható [Muhammad ibn Músza l-Hvázizmi](#) neve.

2. Behelyettesítés gyakorlása (5 perc)

Tanári közlés: „Akik elkészültek a dominók összerakásával, jelezzék, odamegyek új feladatot adni a kirakásokhoz.”

„Húzzatok egy számpárt tartalmazó cédulát! Ellenőrizték az összeillő dominóoldalakat azzal, hogy a kapott számokat a szövegbe, illetve képletbe is behelyettesítitek! Mit vettek észre?”

Módszertani megjegyzés

Akik elkészültek a dominóval, folytathatják ezzel a feladattal.

A lassabban haladóknak csak néhány behelyettesítést kelljen elvégezni.

Behelyettesítés gyakorlása

A feladat megoldása során szembesülnek vele, hogy a képletekbe minden esetben be tudják helyettesíteni a kihúzott értékeket, de a szövegbe bizonyos értékeket csak értelmetlenül lehet behelyettesíteni. Például a fent látható sárkányos feladat esetén csak a pozitív egész számok illenek a szöveghez. (A cédulákon szereplő számpárok közül egy általánosan jó a feladatokhoz, a másik pedig valamelyik feladatoknál a szövegbe nem helyettesíthető.)

3. Alaphalmaz fogalmának megbeszélése (5 perc)

Tanár: Mit vettetek észre a behelyettesítés során?

Diák: Az algebrai kifejezésbe tetszőleges értéket be tudtunk helyettesíteni, de ennek nem mindig volt értelme a szövegben.

Példa1: Ha egy sárkánynak le lehet vágni hét fejét, akkor legalább 7 fejének lennie kell. Ráadásul a fejek száma csak egész szám lehet.

Példa2: A jég hőmérséklete Celsius-fokban (rendes légköri nyomáson) csak 0 vagy negatív szám lehet. Nincs értelme pozitív hőmérsékletű jégről beszélni.

...

Tanár: A szöveg időnként meghatározza, hogy milyen értékek jönnek szóba. Például geometriai szövegben, ha hosszúságot keresünk az általában nem lehet negatív. Vagy ha almák számáról szól a feladat, akkor csak természetes számok jöhetnek szóba. Ez leszűkíti az algebrai kifejezésben szereplő számok körét: az így kapott számhalmazt az algebrai kifejezés **alaphalmazának** nevezzük.

Módszertani megjegyzés

A példák kapcsán felvetődhet, hogy érdemes-e negatív időről, hosszúságról beszélni. Erről érdemes lehet kicsit közösen gondolkodni, akár a tanórán kívüli továbbgondolásra buzdítva.

Módszertani megjegyzések

Mindenképpen írjunk fel néhány példát. Érdeklődőbb csoportban lehet az alaphalmazra definíciót is adni.

4. Brainstorming: szöveges feladatok jellemző témái (3 perc)

Tanár: Már említettük, hogy algebrai kifejezések felírása segíthet minket szöveges feladatok megoldása során. De milyen szöveges feladatok kerülhetnek elő matematika vagy más órákon? Gyűjtsünk tipikus szöveges feladat témákat!

Módszertani megjegyzések

Gyűjthetjük a téma-ötleteket a táblán, de akár használhatunk valamilyen szöveghő készítő alkalmazást: pl. Mentit ([Interactive presentation software - Mentimeter](#)).

Nem baj, ha a gyerekek kreatívak, és kevésbé tipikus témákat is bedobnak, jó, ha sokféle ötlet összegyűlik.

5. „Telefon” játék (12 perc)

Tanár: A következő részben szöveg alapján képletet fogunk írni, majd a képletek alapján szöveget. Ismeritek azt a hajtogatós játékot, amikor mindig úgy kell továbbadni a papírt, hogy a tetejét lehajtottuk? Az játékos leír egy mondatot, továbbadja a lapot a második játékosnak. Ő megpróbálja a mondatot lerajzolni, és lehajtja úgy a papírt, hogy az eredeti mondat ne látszon. A harmadik játékos a rajz alapján ismét egy mondatot ír, és így tovább. Mi hasonló dolgot fogunk csinálni.

- Minden páros kap egy lapot egy szöveggel a tetején.
- Ez alapján kell algebrai kifejezést írnia.
- Ezután hátrahajtja (vagy lehajtja) a szöveget, úgy, hogy csak az algebrai kifejezés látszódjon, és továbbadja a lapot a következő párosnak.
- Ők kitalálnak egy szöveget az algebrai kifejezéshez.
- Ők is hátrahajtják a lapot, hogy csak az ő szövegük látszódjon, majd továbbadják.

Hogy még világosabb legyen a feladat, nézzünk egy példát. Tegyük fel, hogy azt látod a lapodon, hogy $2b+3c$. Valaki tud ehhez szöveget írni?

Lehetséges válasz: A strandon a felnőtt belépő ára b forint és a gyerek/diák belépő c forint. Mennyit fizet egy 5 fős család (2 szülő + 3 gyerek)?

Tanár: Ha visszaérték a lapok az első párokhoz, akkor széthajtjuk a lapot, és megnézzük, hogyan változott az üzenet. A szövegek kitalálását segítik az előbb összegyűjtött témák - használjátok őket nyugodtan. A szövegek lehetnek humorosak is, de törekedjete az érthető, értelmes feladatok létrehozására. Jó munkát!

A kiosztandó lapok elérhetősége:

a2_melléklet_telefonos feladat

Módszertani megjegyzések

Hagyományos tantermi elrendezésben érdemes a lapokat egymásnak a padsorban hátrafelé adni, majd a leghátsó pár előre viszi az első padba. Így például, ha 5 pad van egymás mögött, akkor 5 különböző szöveget kell kiosztanunk egy padsorban, ezek fognak „körözni”. Más elrendezés esetén érdemes lehet valamilyen jól követhető, könnyen átlátható sorrendet kijelölni.

Számítanunk kell arra, hogy a szövegírás lassabban megy, mint az algebrai kifejezések felírása, érdemes szinkronizálni a továbbadást. Például 1 percet adjunk az algebrai kifejezés felírására, és 3 percet a szövegére.

Ha egy páros nagyon nehezen boldogul, segítsünk pl. a téma megadásával, egy-egy részeredményre való rákérdezéssel.

6. A játék tanulságainak megbeszélése (7 perc)

Tanár: Volt olyan üzenet, ami megváltozott?

Diák: A szöveg teljesen megváltozott, hiszen az algebrai kifejezésből nem lehetett kitalálni a témát.

Tanár: Mire következtetünk ebből?

Diák: Egy-egy algebrai kifejezés nagyon sokféle szöveget modellezhet.

Tanár: Volt-e, ahol változott az algebrai kifejezés?

Diák: Igen. Nem mindenki ugyanúgy írta fel az algebrai kifejezést.

Tanár: Tudtok példát mondani?

Példa:

Diák: $a+b+(a+b)$ és $a+b+a+b$ és $2(a+b)$ és $2a+2b$ és $2 \cdot a+2 \cdot b$

Tanár: Mindegyik helyes?

Diák: Igen. Ha csak összeadás van, akkor a zárójel felesleges./Ha 2 db a -t adok össze, az $2 \cdot a$ lesz, amit röviden $2a$ -nak is írhatok./Mindegy, hogy előbb adom össze a két értéket, és az összeget szorzom kettővel, vagy a két értéket külön-külön megduplázom, és az így kapott értékek összegét veszem.

Tanár: Azaz mit mondhatunk ezekről az algebrai kifejezésekről?

Diák: Egyenlők.

Tanár: Hogyan tudnánk ezt ellenőrizni?

Diák: Behelyettesítéssel.

Tanár: Ha behelyettesítéskor ugyanazt kapjuk, akkor biztosak lehetünk benne, hogy egyenlők?

Diák: Nem, előfordulhat, hogy véletlen egybeesés.

Tanár: Például igaz-e, hogy $x+1=2x-1$.

Diák: Nem.

Tanár: Helyettesítsétek be x helyére a 2 -t! Mit kaptatok?

Diák: Hogy mindkét kifejezés 3 -mal egyenlő.

Tanár: Most akkor mégis igaz?

Diák: Nem, ez véletlen egybeesés. Más értékekre nem igaz.

...

Tanár: Mi ennek a tanulsága?

Diák: Hogy ugyanazon (vagy hasonló) szöveg alapján többféle, egymással egyenlő algebrai kifejezés adható meg. Ezek a kifejezések egyenlők, egymásba alakíthatók.

Tanár: Ilyen átalakításokkal fogunk foglalkozni a következő órákon.

Módszertani megjegyzések

Előfordulhat, hogy valamelyik lapon hibás lépés szerepel. Erről mindenképpen érdemes beszélni, akár több időt is rászánni. Hogyan vesszük észre, hogy nem jó a modell, amit alkottunk? Itt is hangsúlyozzuk a behelyettesítés szerepét!

7. Az óra lezárása (2 perc)

Lehetséges házi feladat: A mellékletek között megtalálható, az algebrai képletek felírását gyakoroltató feladatlap.

Tanár: A kiosztott feladatlap segítségével az órán tanultakat, azaz algebrai kifejezések felírását tudjátok gyakorolni.

Módszertani megjegyzés

Akár a telefonos játék közben is kioszthatjuk a feladatokat, hogy aki éppen vár a saját cédulájára, ezzel foglalkozhasson.

Lehetséges táblakép az óráról

Alphalmaz : változó lehetséges értékeinek
halmaza (pl. szöveg alapján)

Melléletek

Dominókészlet

A bemelegítő feladathoz használt dominókészlet. 10 kártyát tartalmaz, melyeket nyomtatás után ki kell vágni, érdemes lehet különböző színű A4-es lapokra nyomtatni a csoportok dominóit. Az utolsó lapon néhány számpár található, amit a behelyettesítéshez húznak majd a párok a dominókirakás után, ebből elég összesen egyet nyomtatni az osztálynak. Célszerű az egy párnak kiosztandó dominókat egy borítékban összegyűjteni, és ha nem szeretnénk véletlenszerűen kihúzatni számpárt, akár minden dominókészlet mellé bekészíthetünk egyet-egyet a behelyettesítéshez.

Fájlnéve: a2_melléklet_dominó és a2_melléklet_dominó_leírással

Részletes nyomtatható óravázlat

Ebben a dokumentumban táblázatos formátumban található meg minden olyan információ, amire hasznos lehet az óra tartása közben rátekinteni. Nincsenek benne hosszú szöveges részek és módszertani megjegyzések, de részletesen követhető az óra felépítése.

Fájlnéve: a2_táblázatos óravázlat_részletes

Egyoldalas nyomtatható óravázlat

Táblázatos formátumú óravázlat, ahol a leglényegesebb információk egy A4-es oldalnyi terjedelemben összefoglalva szerepelnek.

Fájlnéve: a2_táblázatos óravázlat_A4

Gyakorlófeladatok (lehetséges házi feladat)

Képletté alakítható szöveges feladatokat tartalmazó gyakorlófeladatsor. Felhasználhatjuk házi feladatként, vagy megoldhatjuk egy gyakorlóórán közösen.

Fájlnéve: a2_melléklet_telefonos_gyakorlás